

Методические указания для студентов. Лекционный курс

Краткое содержание лекций курса (соответственно разделам и темам дисциплины):

ВВЕДЕНИЕ

Предмет курса, его связь с другими дисциплинами учебного плана. Обзор литературы по курсу.

ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Алгебра высказываний

Язык логики высказываний. Синтаксис языка: алфавит и правила построения формул. Семантика языка, интерпретация формул. Свойства формул: общезначимость, выполнимость, противоречивость. Основные тавтологии. Логическая равносильность формул. Равносильность в логике и тождества в алгебре.

Логическое следование формул. Понятие логического следования. Признаки и свойства логического следования. Следование и равносильность формул. Правила логических умозаключений.

Нормальные формы для формул алгебры высказываний.

Приложение АВ к логико-математической практике.

Булевы функции

Булевы функции от одного и двух аргументов и их свойства. Булевы функции n аргументов.

Системы булевых функций. Полные системы булевых функций. Специальные классы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.

Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.

Формализованное исчисление высказываний

Понятия формальной системы и формального вывода. Исчисление высказываний как формальная система, множественность аксиоматизаций. Теорема дедукции. Связь выводимости и истинности формул в логике высказываний. Примеры формального вывода.

Методы анализа выполнимости и общезначимости формул

Семантическое дерево, тривиальный алгоритм, алгоритм Квайна, алгоритм редукции, алгебраический подход. Алгоритм преобразования формул в КНФ. Базовый алгоритм проверки общезначимости КНФ, модификация Девиса-Патнема.

Принцип дедукции. Правило резолюций, метод резолюций. Стратегии метода резолюций.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

Основные понятия логики предикатов

Синтаксис языка логики предикатов: алфавит, термы, атомы, правила построения формул. Свободные и связанные вхождения переменных, замкнутые формулы. Семантика языка логики предикатов, интерпретация формул. Классификация формул логики предикатов. Тавтологии логики предикатов.

Равносильные преобразования формул и логическое следование формул логики предикатов. Предваренная, сколемовская и клаузальная формы. Алгоритм получения клаузальной формы.

Проблемы разрешения общезначимости и выполнимости формул логики предикатов.

Применение логики предикатов к логико-математической практике.

Формализованное исчисление предикатов

Язык формализованного исчисления предикатов. Система аксиом. Правила вывода. Теория формального вывода.

Логический вывод в логике предикатов

Метод резолюций в логике предикатов. Подстановка, композиция подстановок, унификатор. Алгоритм построения наиболее общего унификатора. Хорновские дизъюнкты и метод резолюций на хорновских дизъюнктах. Принцип логического программирования.

МЕТАТЕОРИЯ ФОРМАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Основные свойства формальных систем: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Свойства формализованного исчисления высказываний. Свойства формализованного исчисления предикатов.

Теоремы о неполноте формальных систем, смысл и значение теорем Геделя для практической информатики.

НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ

Интуиционистская логика. Нечеткая логика. Модальные логики. Типы модальностей. Временные логики. Приложение временных логик к программированию. Многозначные логики. Трёхзначная логика Я. Лукасевича. m -значная логика Э. Поста. Алгоритмическая логика Хоара.

ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Неформальное понятие алгоритма. Необходимость уточнения понятия алгоритма.

Алгоритмические модели

Машины Тьюринга, правильная вычислимость функций на машине Тьюринга, тезис Тьюринга. Частично-рекурсивные функции, тезис Черча. Нормальные алгорифмы Маркова. Нормально вычислимые функции и принцип нормализации Маркова. Эквивалентность различных алгоритмических моделей.

Неразрешимые алгоритмические проблемы

Нумерация алгоритмов. Алгоритмически неразрешимые проблемы в общей теории алгоритмов. Теорема Райса.

Сложность алгоритмов

Меры сложности алгоритмов. Асимптотическая сложность, порядок сложности. Сложность в среднем и в худшем случае.

Трудоемкость алгоритмов. Классификация алгоритмов по виду функции трудоёмкости. Методики перехода к временным оценкам трудоёмкости алгоритмов. Пооперационный анализ. Метод Гиббсона. Метод прямого определения среднего времени.

Легко- и трудноразрешимые задачи, классы задач P и NP . NP -полные задачи. Примеры NP -полных задач. Полиномиальная сводимость и полиномиальная трансформируемость. Теорема Кука. Примеры практически значимых NP -полных задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перспективы развития методов математической логики для решения задач спецификации и верификации программно-аппаратных средств, создания систем искусственного интеллекта и Семантического

Web.

В курсе акцент делается на применение языка, методов и алгоритмов математической логики для описания, формализации, построения моделей, анализа реальных систем. Приложения обсуждаются на лекциях (предметные задачи, их формальная постановка, выбор наиболее адекватных средств формального описания и, соответственно, методов решения). Обсуждения проводятся с элементами дискуссии. Активность на лекциях в ходе этих осуждений учитывается в накопленной оценке.

Методические указания для студентов. Практические занятия

Практические занятия призваны закрепить теоретические знания студентов и познакомить их с методами решения конкретных задач, возникающих при практическом приложении знаний.

№	Тема практического занятия
C1	Высказывания и операции над ними. Формулы АВ.
C2	Тавтологии АВ. Логическое следование. Равносильность формул. Упрощение систем высказываний.
C3	Нормальные формы для формул АВ и их применение.
C4	Булевы функции и их свойства. Специальные классы булевых функций.
C5	Применение булевых функций к анализу и синтезу РКС
C6	Формализованное исчисление высказываний. Построение выводов из аксиом. Построение выводов из гипотез.
C7	Методы доказательства общезначимости и выполнимости формул ЛВ
C8	Метод резолюций и его применение в ЛВ
C9	Основные понятия логики предикатов. Кванторы. Формулы ЛП. Тавтологии логики предикатов. Логическое следование формул логики предикатов.
C10	Нормальные формы для формул логики предикатов.
C11	Применение логики предикатов к логико-математической практике.
C12	Формализованное исчисление предикатов.
C13	Применение метода резолюций в ЛП
C14	Неклассические логики. Нечеткие логики. Логические нечеткие операции и их свойства
C15	Основные алгоритмические модели. Машины Тьюринга. Анализ и конструирование машин Тьюринга. Нормальные алгоритмы Маркова, их анализ и синтез.
C16	Методы анализа сложности алгоритмов.
C17	Обзор пройденного

В ходе практических занятий проводятся опросы и обсуждения по базовым понятиям и методам математической логики и теории алгоритмов. Закрепление и углубление изученного предполагает выполнение домашних заданий (решение упражнений). Текущий контроль осуществляется с помощью опросов и самостоятельных работ.

Активность на практических занятиях, результаты выполнения самостоятельных работ учитываются в накопленной оценке.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студента

Самостоятельная работа, предусмотренная учебным планом в объеме 40 часов, выполняется в ходе семестра, проводится с целью закрепления и углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- изучение отдельных разделов тем дисциплины
- чтение студентами рекомендованной литературы и усвоение теоретического материала дисциплины;
- подготовку к практическим занятиям;
- выполнение домашних упражнений;
- работу с Интернет-источниками;
- подготовку к различным формам контроля,
- выполнение индивидуальных заданий (расчетно-графической работы).

Последовательность всех контрольных мероприятий изложена в календарном плане, который доводится до сведения каждого студента в начале семестра.

Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение настоящей дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе.

По каждой из тем следует сначала прочитать рекомендованную литературу и при необходимости составить краткий конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме и для освоения последующих разделов курса.

По согласованию с преподавателем студенты могут выполнить дополнительное индивидуальное задание (расчетно-графическую работу).

Примерные темы индивидуальных заданий

1. Реализуйте алгоритм, который сокращает заданное множество дизъюнктов по правилам Девиса и Патнема.
2. Реализуйте алгоритм, который проверяет правильность построения формулы исчисления высказываний методом рекурсивного спуска.
3. Реализуйте алгоритм, который для заданной пропозициональной формулы находит все подформулы, значения которых совпадают с заданным.

4. Реализуйте алгоритм, который по формуле исчисления высказываний, представленной в инфиксной нотации, строит формулу в префиксной нотации.
5. Реализуйте алгоритм, который вычисляет значение пропозициональной формулы, находящейся в постфиксной нотации.
6. Реализуйте алгоритм, при выполнении которого пропозициональная формула преобразуется таким образом, что знак отрицания встречается лишь перед переменной.
7. Заданы две пропозициональные формулы. Реализуйте алгоритм, который проверяет, являются ли формулы эквивалентными.
8. Реализуйте алгоритм, который определяет, является ли общезначимой некоторая заданная формула.
9. Реализуйте алгоритм, который определяет, является ли некоторая формула следствием заданных пользователем формул.
10. Реализуйте алгоритм, который по двум заданным дизъюнктам строит резольвенту, если это возможно.
11. Реализуйте алгоритм, который по заданной последовательности дизъюнктов определяет, может ли она быть выводом в данном множестве дизъюнктов.
12. Реализуйте алгоритм построения опровержения для заданного множества дизъюнктов.

Результаты выполнения индивидуальных заданий учитываются в накопленной оценке.

Для расширения знаний по дисциплине рекомендуется использовать Интернет-ресурсы: проводить поиск в различных системах и использовать материалы сайтов, рекомендованных преподавателем на лекционных и практических занятиях.

Ресурсное обеспечение

• Информационно – библиотечное обеспечение

Основная учебная литература

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для бакалавров и магистров: Учебник для вузов. — 2-е изд. — СПб.: Питер, 2014. — 432с.
2. Игошин В.И. Математическая логика: [Электронный ресурс] — М.: ИНФРА-М, 2012. — 399с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-16-005204-5. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=242738>, ограниченный по логину и паролю.
3. Игошин В.И. Теория алгоритмов [Электронный ресурс]: Учебное пособие для вузов. — М.: ИНФРА-М, 2012. — 318с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-16-005205-2. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=241722>, ограниченный по логину и паролю.

Дополнительная учебная литература

1. Абрамов С.А. Лекции о сложности алгоритмов: Учебное пособие для студентов вузов — М.: МЦНМО, 2009. — ISBN 978-5-94057-433-0.
2. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Физматлит, 2009.

• Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Электронно-библиотечные системы и базы данных

- Лань [Электронный ресурс]: Электронно-библиотечная система / изд-во «Лань». - [СПб.]: Лань, 2016. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/>, ограниченный
- ЮРАЙТ [Электронный ресурс]: Электронная библиотека / ООО «Электронное издательство Юрайт». - [М.]: Юрайт, 2017. - Режим доступа: <https://biblio-online.ru/>, ограниченный
- Znanium.com [Электронный ресурс]: Электронно-библиотечная система / ООО «Научно-издательский центр Инфра-М». - [М.]: Инфра-М, 2011-2017. - Режим доступа: <http://znanium.com/>, ограниченный

Интернет-ресурсы свободного доступа

Дискретная математика [Электронный ресурс] / РАН. отд-ние мат-ки; гл. ред. В.Я. Козлов. — М.: РАН. - Журнал, издается с 1989 года. — Доступ к архиву статей с 1989 г. на Общероссийском математическом портале Math-Net.Ru: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=dm&wshow=contents&option_lang=rus.

• Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы

Используется лицензионное программное обеспечение:

— Microsoft Office 2013 (MS Power Point 2013, MS Word 2013, MS Excel 2013)

• Описание материально-технической базы

Для проведения лекционных занятий требуется специализированная аудитория, оснащенная презентационным оборудованием.

Для проведения практических и лабораторных занятий необходим специализированный *компьютерный* класс с доступом к локальной сети университета, возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.