государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Университет «Дубна»
(государственный университет «Дубна»)

Институт системного анализа и управления
Кафедра распределенных информационных вычислительных систем



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-
методической работе
_____ / Деникин А.С./
«15» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (ДОП.ГЛАВЫ)

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направленность (профиль) программы (специализация)

Математическое моделирование

Форма обучения

очная

Для набора 2019 года

Дубна, 2021

Преподаватель:
доктор фи.-мат. наук, профессор Михайлов И. Е. _____
кафедра Распределенных информационно-вычислительных систем подпись

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки высшего образования **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Программа рассмотрена на заседании кафедры **распределенных информационных вычислительных систем**

Протокол заседания № 12 от «11» июня 2021 г.

Заведующий кафедрой д.т.н. профессор Кореньков В.В. _____
подпись

СОГЛАСОВАНО

Заведующий выпускающей кафедрой распределённых информационно-вычислительных систем Кореньков В.В. _____
подпись

Эксперт (рецензент):

Помощник директора лаборатории информационных технологий имени М.Г. Мещерякова Объединенного института ядерных исследований по международному сотрудничеству и работе с кадрами, к.ф.-м.н., с.н.с., Айрян Э.А. _____
подпись

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения (доп. главы)» – обеспечение теоретической и практической подготовки студентов в области современных методов и технологий математического моделирования сложных систем и процессов – соотносятся с общими целями образовательной программы (далее – ОПОП ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Целью изучения дисциплины является получение студентами теоретическихзнаний о физических явлениях и технических устройствах, которые моделируются обыкновенными дифференциальными уравнениями, о методах вариационного исчисления и методах оптимизации. Задачей изучения дисциплины является формирование навыков логического мышления, применение полученных знаний и уменийдля решения прикладных задач.

2 Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины

Объектами профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины являются: информатика и управление; теория, алгоритмы, приложения; математическое и информационное обеспечение экономической деятельности; математические методы и программное обеспечение защиты информации; математическое и программное обеспечение компьютерных сетей; информационные системы и их исследование методами математического прогнозирования и системного анализа; интеллектуальные системы; программная инженерия; системы управления предприятием; сетевые технологии.

3 Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения (доп.главы)» относится к обязательным дисциплинам вариативной части, изучается в 7 семестре, форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой.

Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых студентами необходимо для изучения дисциплины:

- Математический анализ (дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, исследование функций и построение графиков);
- Линейная алгебра и аналитическая геометрия (решение систем линейных алгебраических уравнений, поиск собственных значений и собственных векторов матрицы);
- Дифференциальные уравнения в прикладных задачах.

4 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

После изучения данной дисциплины студенты приобретают знания, умения и владения (навыки), соответствующие результатам основной профессиональной образовательной программы.

Формируемые компетенции *(код компетенции, уровень (этап) освоения)*	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-1 – способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	З2(ОПК-1) Знать: основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчислений; методы исследования числовых и функциональных рядов, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики и их приложения. У2 (ОПК-1) Уметь: строить и логически правильно доказывать утверждения, основные положения теории математического анализа, дифференциальных уравнений, линейной алгебры и аналитической геометрии; применять методы решения типичных задач указанных дисциплин, в том числе в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания В2 (ОПК-1) Владеть: навыками решения задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии и дифференциальных уравнений.
ПК-1 – способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	З1(ПК-1) Знать: основы построения математических моделей процессов и явлений и методы их решения, анализа и проверки корректности и адекватности У2(ПК-1)Уметь: формализовать типовые задачи предметной области В1(ПК-1) Владеть: методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов и явлений.
ПК-2 – способностью понимать,	З1 (ПК-2) Знать основную

Формируемые компетенции *(код компетенции, уровень (этап) освоения)*	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
совершенствовать и применять современный математический аппарат	терминологическую базу, формирующую способность решать профессиональные задачи в области прикладной математики и информатики.

5 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единиц, всего 144 часов, из которых:

- **68 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем**[1]:
  - 34 часа – лекционные занятия,
  - 34 часа – практические занятия,
- **мероприятия промежуточной аттестации (зачет с оценкой);**
- **76 часов составляет самостоятельная работа обучающегося**.

[1] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

6 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля) Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	**Всего (часы)**	**Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них[2]						**Самостоятельная работа обучающегося, часы, из них**		
		Лекционные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)*	**Всего**	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	**Всего**
Основные понятия и методы операционного исчисления.	31	8		6		ПР-1	14	17		17
Решение линейных дифференциальных уравнений n-го порядка и линейных систем первого порядка с постоянными коэффициентами.	6	2		2		ПР-1	4	2		2
Применение операционного исчисления к расчету электрических цепей	30	8		7		ПР-1	15	15		15
Элементы вариационного исчисления. Простейшая вариационная задача, обобщения простейшей задачи, условия трансверсальности.	31	5		8		ПР-1	13	18		18
Изопериметрическая задача, задача Лагранжа на условный экстремум. Односторонние вариации.	13	5		4		ПР-1	9	4		4
Принцип максимума Л.С. Понтрягина. Применение принципа максимума к решению некоторых задач оптимального управления (задача о тележке, задача о маятнике).	33	6		7		ПР-1	13	20		20
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)										
Итого	144	34		34			**68**	76		**76**

*Опрос (ПР-1), Практические работы (ПР-2), Реферат (ПР-3), *Экзамен (УО-4). Текущий контроль проводится за счет времени, отведенного на аудиторные занятия

[2] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

7 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

7.1. Методические указания к лекционным занятиям

Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. В конспекте следует применять сокращение слов, что ускоряет запись. Необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и дополнения на полях. Конспекты лекций следует использовать при подготовке к семинарам, при подготовке к опросу, зачету, при выполнении самостоятельных заданий.

Перечень лекционных занятий:

1. Вводная лекция: обзор результатов курса Дифференциальные уравнения.
2. Элементы операционного исчисления. Преобразование Лапласа.
3. Сведение решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами к решению алгебраических уравнений
4. Применение операционного исчисления к расчету электрических цепей.
5. Основные понятия вариационного исчисления.
6. Простейшая задача вариационного исчисления.
7. Обобщения простейшей задачи.
8. Обобщения простейшей задачи.
9. Условия трансверсальности.
10. Изопериметрическая задача.
11. Задача Лагранжа на условный экстремум.
12. Обобщения задачи Лагранжа
13. Элементы математической теории оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.
14. Решение задач оптимального управления методом Л.С. Понтрягина
15. Применение принципа максимума к решению некоторых задач оптимального управления: задача о маятнике

16. Применение принципа максимума к решению некоторых задач оптимального управления: задача о тележке.

7.2. Методические указания к практическим (семинарским) занятиям

Практические занятия по курсу «Дифференциальные уравнения (доп. главы)» имеют цель научить студентов методам решения практических задач. В начале каждого семинара преподавателем рассматривается решение одной-двух установочных задач. После этого, каждый студент получает свое индивидуальное задание, по которому он должен отчитаться на данном семинаре.

Перечень практических занятий:

1. Получение образов основных элементарных функций с помощью преобразования Лапласа.
2. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами с применением таблицы образов функций
3. Расчет электрических цепей
4. Расчет электрических цепей
5. Контрольная работа по темам 1-3.
6. Нахождение экстремалей простейших вариационных задач
7. Нахождение экстремалей вариационных задач с функционалом, зависящим от n – ой производной.
8. Нахождение минимумов функционалов с использованием условий трансверсальности.
9. Решение изопериметрических задач.
10. Решение изопериметрических задач.
11. Решение задач на условный экстремум.
12. Решение задач на условный экстремум в случае, когда связи содержат производные.
13. Контрольная работа по темам 4-5.
14. Решение задач оптимального управления методом Л.С. Понтрягина
15. Решение задач оптимального управления методом Л.С. Понтрягина
16. Решение задач оптимального управления методом Л.С. Понтрягина
17. Подготовка к зачету

7.3. Методические указания для самостоятельной работы обучающихся

По материалу каждой лекции студенты должны выполнить самостоятельно контрольное задание в форме теста, которое публикуется онлайн. Каждое задание включает в себя пять теоретических и практических вопросов по теме лекции. Студент должен в течение недели после лекции ответить на поставленные вопросы, используя для этого онлайн-форму. При выполнении задания студенты могут пользоваться всеми доступными им ресурсами, прежде всего, конспектом лекции, печатными учебными

материалами (учебниками, пособиями, справочниками и т.п.). Результаты выполнения контрольных заданий также доступны студентам онлайн.

На каждом практическом занятии каждый студент получает свое индивидуальное практическое задание. Если студент не успевает выполнить выданное ему задание в течение семинара, то он должен уже самостоятельно выполнить его уже как домашнее задание и отчитаться по нему на одном из следующих практических занятий.

При изучении дисциплины предусматривается широкое использование интерактивных форм проведения занятий, в которых студенты совместно обсуждают методы решения поставленных перед ними задач.

8 Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

В процессе преподавания курса «Дифференциальные уравнения (доп. главы)» широко используются следующие инновационные формы обучения.

Модульное обучение – использование знаний в виде: а) отдельных модулей, автономных частей курса, интегрируемых с другими частями курса; б) блоков взаимосвязанных курсов, которые можно изучать независимо от другого блока дисциплин. Материал всего курса разбит на три отдельных, но взаимосвязанных, модуля: решение линейных дифференциальных уравнений второго; вариационное исчисление; решение задач оптимального управления.

Контекстное обучение – мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением. Все методы, рассматриваемые в рамках курсах, изучаются исключительно в контексте конкретных прикладных задач из разных проблемных областей.

Проблемное обучение – стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы. Студенты в процессе изучения материалов курса самостоятельно анализируют, классифицируют и решают разнообразные проблемы, после формализации, сводящиеся к дифференциальным уравнениям или их системам.

Междисциплинарное обучение – использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи. В рамках курса рассматриваются прикладные задачи из различных дисциплин – математики, физики, химии, биологии, экономики и т.д.

Информационно-коммуникационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам,

увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

В учебном процессе, помимо чтения лекций, которые составляют 50% аудиторных занятий, широко используются активные и интерактивные формы (обсуждение отдельных разделов дисциплины, выполнение практических работ и домашних заданий). В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитиюпрофессиональных навыков обучающихся.

В ходе изучения дисциплины предусмотрены следующие формы работы студентов: лекционные занятия, практические занятия, выполнение домашних работ.

Перечень обязательных видов работы студента:

- посещение лекционных занятий;
- посещение практических занятий;
- решение практических задач на практических заданиях;
- выполнение домашних практических работ.

Инновационные образовательные технологии, используемые в аудиторныхзанятиях.

Семестр	Вид учебных занятий	Используемые инновационные формы проведения учебных занятий
	Практические занятия	Проблемное обучение
	Практические занятия	Информационно-коммуникационные технологии
	Итого	14 часов

При изучении теоретического курса на лекциях предусматривается изложение части материала с использованием презентаций. Отдельные лекции излагаются по проблемной технологии.

При прохождении практических занятий студентам предлагается работать или индивидуально, или в малых группах (по 2-3 человека). Каждая группа выполняет задание. Процесс выполнения заданий осуществляется на основе обмена мнений и выбора оптимального пути решения.

9 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

9.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Полный перечень компетенций выпускников образовательной программы **01.03.02** ***Прикладная математика и информатика*** с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования приведен в картах компетенций образовательной программы.

Перечень компетенций выпускников образовательной программы **01.03.02** ***Прикладная математика и информатика***, в формировании которых участвует данная дисциплина представлен в разделе 4 рабочей программы дисциплины. Указание результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы формирования компетенций, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования представлено ниже.

9.2 Описание шкал оценивания

Критерии оценивания ответов студентов на зачете с оценкой:

Оценка «отлично»	Студент показывает не только высокий уровень теоретических знаний по изучаемой дисциплине, но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично. Материал излагается четко, ясно, аргументировано. Уместно используется информационный и иллюстративный материал.
Оценка «хорошо»	Студент показывает достаточный уровень теоретических и практических знаний, свободно оперирует категориальным аппаратом. Умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается грамотно.
Оценка «удовлетворительно»	Студент показывает знание основного лекционного и практического материала. В ответе не всегда присутствует логика изложения. Студент испытывает затруднения при приведении практических примеров.
Оценка «неудовлетворительно»	Студент показывает слабый уровень теоретических знаний, не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом на них.

Описание шкал оценивания для различных заданий, выполняемых в рамках текущего контроля, представлено в методических материалах, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

9.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Компетенция ОПК-1 – способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	**Уровень освоения компетенции**	**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания** *(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется)*					**ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	
З2(ОПК-1) Знать: основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчислений; методы исследования числовых и функциональных рядов, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики и их приложения	базовый	Не знает (не ориентируется)	Демонстрирует фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	Демонстрирует общие, но не структурированные знания	Демонстрирует сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания	Демонстрирует высокий уровень знаний	*Опросы, зачет с оценкой*
У2 (ОПК-1) Уметь: строить и логически правильно доказывать утверждения,	Базовый	Не умеет	Демонстрирует неуверенное, фрагментарное умение.	В целом успешное, но не структуриро	Демонстрирует сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение.	Демонстрирует свободное и уверенное умение	*Индивидуальное устное собеседование,*

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	**Уровень освоения компетенции**	**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания** *(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется)*					**ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**
основные положения теории математического анализа, дифференциальных уравнений, линейной алгебры и аналитической геометрии; применять методы решения типичных задач указанных дисциплин, в том числе в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания			Допускает множественные грубые ошибки.	ванное умение. Допускает серьезные ошибки.	Допускает отдельные негрубые ошибки.		
В2 (ОПК-1) Владеть: навыками решения задач математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии и дифференциальных уравнений.	Базовый	Не владеет	Демонстрирует низкий уровень владения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные владения без грубых ошибок	Демонстрирует сформированные владения, допускает незначительные неточности	Демонстрирует владения на высоком уровне	*Выполнение простого практического контрольного задания,*

Компетенция ПК-1 – способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)[*)]	**Уровень освоения компетенции**	**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания** *(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется)*					**ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	
З1(ПК-1) Знать: основы построения математических моделей процессов и явлений и методы их решения, анализа и проверки корректности и адекватности	базовый	Не знает (не ориентируется)	Демонстрирует фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	Демонстрирует общие, но не структурированные знания	Демонстрирует сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания	Демонстрирует высокий уровень знаний	*Опросы, зачет с оценкой*
У2(ПК-1)Уметь: формализовать типовые задачи предметной области	Базовый	Не умеет	Демонстрирует неуверенное, фрагментарное умение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает серьезные ошибки.	Демонстрирует сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное умение	*Выполнение простого практического контрольного задания.*
В1(ПК-1) Владеть: методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов и явлений.	Базовый	Не владеет	Демонстрирует низкий уровень владения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные владения без грубых ошибок	Демонстрирует сформированные владения, допускает незначительные неточности	Демонстрирует владения на высоком уровне	*Выполнение простого практического контрольного задания.*

Компетенция ПК-2 – способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)[*)]	**Уровень освоения компетенции**	**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания** *(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется)*					**ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	
З1 (ПК-2) Знать основную терминологическую базу, формирующую способность решать профессиональные задачи в области прикладной математики и информатики.	базовый	Не знает (не ориентируется)	Демонстрирует фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	Демонстрирует общие, но не структурированные знания	Демонстрирует сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания	Демонстрирует высокий уровень знаний	*Опросы, зачет с оценкой*

9.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

Теоретические вопросы для подготовки к зачёту с оценкой

1. Преобразования Лапласа. Основные свойства.
2. Получение образов основных элементарных функций с помощью преобразования Лапласа.
3. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами с применением таблицы образов функций
4. Расчет электрических цепей. Примеры
5. Основные задачи вариационного исчисления.
6. Функционалы. Непрерывность. Вариация функционала.
7. Экстремум функционала: сильный и слабый минимум (максимум) функционала.
8. Основная лемма вариационного исчисления.
9. Задача с закрепленными концами, необходимые условия экстремума.
10. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
11. Обобщение простейшей вариационной задачи на функционалы, зависящие от нескольких функций, на функционалы, зависящие от производных более высокого порядка.
12. Вариационные задачи с подвижными границами:
    - задача отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что левый конец закреплен, а правый подвижен, необходимое условия экстремума;
    - задача отыскания экстремума простейшего функционала вариационного исчисления при условии, что оба конца подвижны, необходимое условия экстремума.

    Условие трансверсальности.
13. Вариационные задачи на условный экстремум: голономные и неголономные связи.
14. Изопериметрические задачи.
15. Центральное поле экстремалей, собственное поле экстремалей.
16. Достаточные условия сильного минимума (максимума) в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
17. Достаточные условия слабого минимума (максимума) в задаче с закрепленными концами с использованием функции Вейерштрасса.
18. Достаточные условия Лежандра сильного минимума (максимума) в задаче с закрепленными концами.
19. Достаточные условия Лежандра слабого минимума (максимума) в задаче с закрепленными концами.
20. Принцип максимума Л.С. Понтрягина.
21. Применение принципа максимума к решению некоторых задач оптимального управления (задача о тележке, задача о маятнике).

Типовые варианты контрольной работы № 1

Вариант 1

1. Найти образ функции $\frac{1}{2}t^2 + 1$.

2. Найти решения системы $\begin{cases} x'' - y = 0 \\ x - y'' = 2\sin t \end{cases}$, $x(0)= -1$, $y(0)= 1$, $x'(0)=y'(0)=1$.

3. Найти ток *i(t)* в RCL-цепи (последовательно соединены сопротивление R, емкость C и индуктивность L) при последовательном подключении постоянной эдс *e(t)*=E, если $u_C(0)=u_0$.

Вариант 2

1. Найти образ функции $t^2 - \frac{1}{2}e^t$.
2. Найти решения системы $\begin{matrix} x''-y'=0 \\ x'-y''=2\cos t \end{matrix}$, $x(0)=0$, $y(0)=2$, $x'(0)=2$, $y'(0)=0$.
3. Найти ток $u_L(t)$ в RCL-цепи (последовательно соединены сопротивление R, емкость C и индуктивность L) при последовательном подключении постоянной эдс *e(t)*=E, если $u_C(0)=u_0$.

Типовые варианты контрольной работы № 2

Вариант 1

$$1.J(y)=\int_0^1 (y+y')\,dx, y(0)=0, y(1)=1.$$

$$2.J(y)=\int_0^2 (2xy+(y')^2)\,dx, y(0)=0.$$

$$3.J(y)=\int_0^{\pi} (y')^2\,dx, y(0)=0, y(\pi)=\pi, \int_0^{\pi} y\sin x\,dx=0.$$

Вариант 2.

$$1.J(y)=\int_1^3 (2y-yy'+x(y')^2)\,dx, y(1)=1, y(3)=4.$$

$$2.J(y)=\int_0^1 (2y+6y'+(y')^2)\,dx, y(0)=0.$$

$$3.J(y)=\int_0^1 (y')^2\,dx, y(0)=2e+1, y(1)=e^{-3}, \int_0^1 ye^x dx=0.$$

Типовые практические задания для промежуточной аттестации (зачета с оценкой)

Вариант 1

1. Найти ток *i(t)* в RC-цепи (последовательно соединены сопротивление R и емкость C) при последовательном подключении постоянной эдс *e(t)*=E, если $u_C(0)=u_0$.

$$2.J(y)=\int_0^1 (y+xy'+(y')^2)\,dx, y(0)=0.$$

$$3.J(y)=\int_0^1 [y^2+(y')^2]\,dx, y(0)=0, y(1)=4e, \int_0^1 ye^x dx=1+e^2.$$

Вариант 2

1. Найти ток *i(t)* в RL-цепи (последовательно соединены сопротивление R и индуктивность L) при последовательном подключении постоянной эдс *e(t)*=E.

$$2.J(y) = \int_1^2 (12y^2 + x^2(y')^2)\,dx, y(1) = 97.$$

$$3.J(y) = \int_0^1 [2xy + (y')^2]\,dx, y(0) = 0, y(1) = 3, \int_0^1 xydx = 1.$$

9.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Результатом аттестации студента по итогам работы в семестре является «зачет с оценкой».

Для формирования шкал оценивания используется балльно-рейтинговая система. При рейтинговой системе все знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины, оцениваются в баллах.

Оценка качества работы в рейтинговой системе является накопительной и используется для оценивания системной работы студентов в течение всего периода обучения. Максимально возможная сумма баллов по всем видам заданий равняется 100. При этом также учитывается посещаемость занятий – 1 балл за посещение лекции и семинара. Каждая промежуточная контрольная в зависимости от сложности от 20 до 30 баллов. Итоговая зачетная контрольная оценивается в 25 баллов. Максимальный балл за каждый вид задания определяется преподавателем в зависимости от уровня сложности задания, проставляется в журнале успеваемости и доводится до сведения студентов.

Чтобы быть допущенным к экзамену, студент обязан проделать и сдать все практические работы. Работы, пропущенные без уважительной причины, а также работы, не представленные студентом в течение 2-х недель после проведения практической части, оцениваются преподавателем с понижающим коэффициентом 0,5.

Преподаватель может использовать «штрафы» в виде уменьшения набранных баллов за систематический отказ отвечать на семинарских занятиях и т.д.

Итоговое количество баллов 55-70 оценивается оценкой «удовлетворительно», 71-85 оценивается оценкой «хорошо», 86-100 оценивается оценкой «отлично».

10 Ресурсное обеспечение

10.1 Перечень основной и дополнительной учебной литературы

10.1.1 Основная литература

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: Учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Эльсгольц Лев Эрнестович. - 8-е изд. - М.: Издательство ЛКИ, 2014. - 312с. - (Классический учебник МГУ). - Рек.лит.:с.306.-Предм.указ.:с.307. - ISBN 9785382014913.

2. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление: Учебник для физическиих и физико-математических факультутов университетов / Эльсгольц Лев Эрнестович. - Изд.стер. - М.: Издательство ЛКИ, 2013. - 208с. - (Классический учебник МГУ). - Рек.лит.:с.202.-Предм.указ.:с.203. - ISBN 9785382014524.

3. Краснов М.Л. Вариационное исчисление: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие для вузов / Краснов Михаил Леонтьевич, Макаренко Григорий Иванович, Киселев Александр Иванович. - 2-е изд.,испр. - М.: УРСС, 2002. - 176с.: ил. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 9785354000159.

4. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : справочник для академического бакалавриата / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 385 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02685-6. https://biblio-online.ru/book/16DB2B88-BE82-4932-B402-205C650B928D

5. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : справочник для академического бакалавриата / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 196 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02690-0. https://biblio-online.ru/book/EE008BB5-D2EF-44D6-A78C-671F85F9F511

6. Стеклов, В. А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 427 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-02124-0. https://biblio-online.ru/book/D65185CF-627F-4958-82C9-7B0D8FC866D7

10.1.2 Дополнительная литература

1. Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие для втузов / Краснов Михаил Леонтьевич, Киселев Александр Иванович, Макаренко Григорий Иванович. - 8-е

изд. - М.: Либроком, 2013. - 256с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 9785397038614.

2. Галеев Э.М. Оптимизация. Теория, примеры, задачи: Учебное пособие для вузов / Галеев Эльфат Михайлович. - 6-е изд.,испр. - М.: Ленанд, 2015. - 344с. - Список лит.:с.330.-Список обозн.:с.331.-Предм.указ.:с.333. - ISBN 9785971016083.

3. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения: Учебник для вузов / Тихонов Андрей Николаевич, Васильева Аделаида Борисовна, Свешников Алексей Георгиевич; Серия под ред. А.Н.Тихонова и др. - 4-е изд.,стер. - М.: Физматлит, 2005. - 256с. - (Курс высшей математики и математической физики ; Вып.6). - (Классический университетский учебник). - Лит.:с.249.-Предм.указ.:с.251. - ISBN 5-9221-0277-X.

4. Эрроусмит Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями / Эрроусмит Д., Плейс К.; Под ред.Н.Х.Розова; Пер.с англ.Т.Д.Вентцель. - Волгоград: ПЛАТОН, 1997. - 243с. - ISBN 5-80100-216-2.

5. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации / Сухарев Алексей Григорьевич, Тимохов Александр Васильевич, Федоров Вячеслав Васильевич. - 2-е изд. - М.: Физматлит, 2005. - 368с.: ил. - (Классический университетский учебник). - Прил.:с.355.-Список лит.:с.361.-Предм.указ.:с.364. - Серия основана в 2002 году по инициативе ректора МГУ В.А.Садовничего и посвящена 250-летию Московского университета. - ISBN 5-9221-0559-0.

10.2. Периодические издания

1. Сетевое научное издание «Системный анализ в науке и образовании» (свидетельство о регистрации Эл № ФС77-51141 от 14 сентября 2012 г.).
2. Вестник Международного университета природы, общества и человека "Дубна" / гл. ред. Е.Н. Черемисина. – Дубна: Международный университет природы, общества и человека "Дубна".- (Системный анализ в современном обществе). – Журнал.
3. Программные продукты и системы: научно-практическое издание. / гл. ред. С.В. Емельянов. – Тверь: МНИИПУ. – Журнал. – Международное научно-практическое приложение к журналу "Проблемы теории и практики управления".

10.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

10.3.1. Электронно-библиотечные системы и базы данных научного содержания

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн»: www.bibloclub.ru
2. Электронно-библиотечная система «ЮРАЙТ» https://biblio-online.ru
3. Научная электронная библиотека (НЭБ): http://elibrary.ru/defaultx.asp
4. Электронно-библиотечная система «Znanium» http://znanium.com/

5. БД российских журналов East View : http://dlib.eastview.com
6. Базы данных компании EBSCO Publishing: http://search.ebscohost.com/
7. БД российских научных журналов на Elibrary.ru (РУНЭБ): http://elibrary.ru/defaultx.asp.
8. http://www.scopus.com/home.url
9. Web of Science webofknowledge.com

10.3.2. Профессиональные ресурсы сети «Интернет»

1. Сообщество аналитиков: http://www.uml2.ru/.
2. Материалы IT-портала Центра информационных технологий http://www.citforum.ru.
1. Материалы образовательного сайта http://www.math24.ru/
2. Материалы IT-портала https://math.stackexchange.com/
3. Материалы научного форума dxdy http://dxdy.ru/

10.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости)

Используется лицензионное программное обеспечение:

— Adobe Acrobat Reader

— Браузер Google Chrome.

10.3 Описание материально-технической базы

Специальные помещения: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля. Аудитория укомплектована: специальной (учебной мебелью) на 26 посадочных мест, доской.

Специализированный компьютерный класс подключенный к сети Интернет и к локальной сети университета, обеспечивающей доступ к программному обеспечению и ЛМС системы MOODLE для проведения семинарских занятий.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья могут использовать специализированное программное и материально-техническое обеспечение:

- обучающиеся с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости могут использовать адаптивные технические средства: функцию «сенсорная клавиатура», «управление указателем мыши с клавиатуры», специально оборудованные джойстики, увеличенные выносные кнопки, клавиатуры с большими клавишами или накладки «Клавита»;

- обучающиеся с ограничениями по зрению могут прослушать доступный аудиоматериал или прочитать тексты, увеличив шрифт на экране монитора компьютера.

Рекомендуется использовать экранную лупу и другие визуальные вспомогательные средства, чтобы изменить шрифт текста, межстрочный интервал, синхронизацию с речью и т.д., программы экранного доступа (скринридеры для прочтения текстовой информации через синтезированную речь) и/или включить функцию «экранного диктора» на персональном компьютере с операционной системой Windows 7, 8, 10, Vista, XP.

Студенты с полным отсутствием зрения могут использовать тексты, напечатанные

шрифтом Брайля, а для набора текста на компьютере – клавиатуры Брайля;

- обучающиеся с ограничениями по слуху могут воспользоваться индивидуальными техническими средствами (аппараты «Глобус», «Монолог», индивидуальными слуховыми аппаратами, компьютерной аудиогарнитурой, наушниками и др.) при прослушивании необходимой информации, а также услугами сурдопереводчика.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами (образовательная программа, учебники, учебные пособия и др.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла,
– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла).

Полное описание аудиторий для реализации образовательной программы по данной дисциплине представлено в Справке материально-технического обеспечения текущего года обучения.

11 Язык преподавания

Русский язык