Аннотация рабочей программы дисциплины
по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика
профиль: Математическое моделирование

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Цели и задачи освоения дисциплины**

Изучение дисциплины «Математический анализ» обеспечивает теоретическую подготовку и практические навыки в области математического анализа.

В курсе рассматриваются следующие разделы математического анализа: теория множеств, дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных, а также теория комплексных чисел, рядов и обыкновенных дифференциальных уравнений.

**Целями** освоения данной учебной дисциплины являются:

- введение студентов в круг математических понятий, алгоритмов и моделей, используемых при решении практически всех современных научно-исследовательских и прикладных задач;
- усвоение студентами понятий и теорем математического анализа, необходимых при изучении других математических и профессиональных дисциплин;
- формирование у студентов навыков использования математического языка и математической символики при построении моделей различных процессов и применения математических методов при решении задач в профессиональной сфере;
- приобретение начального опыта построения простейших математических моделей.

**Задачи дисциплины:**

- обучить студентов основам математического анализа;
- сформировать у студентов навыки самостоятельной работы с учебной и научной литературой;
- научить студентов применять математическую символику при формулировании профессиональных задач, анализировать и интерпретировать условия задачи и полученные результаты;
- сформировать и развить навыки применения методов количественного и качественного анализа при решении практических задач в профессиональной сфере.

**Объектами** профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются: сложные информационные, организационно-технические человеко-машинные системы и технологии, а также объекты, требующие для управления системно-аналитического подхода.

**Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина относится к базовой части подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», обязательна для освоения на первом году обучения (1 и 2 семестры).

Курс опирается на знания элементарной математики и вычислительные навыки в рамках программы средней школы.

Является основой для построения ряда дальнейших математических и прикладных курсов: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Теория систем и системный анализ», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Методы оптимизации», «Моделирование систем», «Численные методы», «Теория принятия решений».

**Содержание дисциплины**

| № | Содержание раздела |
|---|---|
| Раздел 1 Введение в математический анализ. Пределы. | Понятие множества. Способы задания множеств. Отображение. Операции над множествами. Числовые множества. Множество действительных чисел. Ограниченные и неограниченные множества. Понятие функции. Область определения. Простейшие элементарные функции. Последовательности. Предел последовательности. Определение предела функции в точке. Предел функции при $x \to \pm\infty$. Односторонние пределы. Свойства пределов функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва, их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Сложная функция, и ее непрерывность. Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций. |
| Раздел 2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной. | Производная функции в точке. Физический, геометрический и экономический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции в точке. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Понятие дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правила Лопиталя. Формула Тейлора. Экстремумы, наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Асимптоты, направление выпуклости, точки перегиба графика функции. Схема исследования графика функции. |
| Раздел 3 Дифференциальное исчисление функции многих переменных | Множества точек на плоскости и в пространстве. Понятие функции многих переменных. График функции многих переменных. Поверхности и линии уровня. Предельное значение функции многих переменных. Непрерывность. Основные свойства непрерывных функций многих переменных. Частные производные функции многих переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложных функций и функций, заданных неявно. Производная по направлению. Градиент и его свойства. Локальные экстремумы функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия локальных экстремумов. Выпуклые функции. Условный экстремум функции многих переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа для отыскания условного экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на замкнутом ограниченном множестве. |
| Раздел 4 Комплексные числа. Операции над комплексными числами. | Действия над комплексными числами. Многочлены. Решение уравнений. |

| | |
|---|---|
| Раздел 5 Интегралы. Неопределенные, определенные, кратные. | Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Понятие площади плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Условие интегрируемости. Свойства кратных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле, двойной интеграл в полярных координатах. |
| Раздел 6 Ряды. Числовые, степенные | Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Свойства сходящихся числовых рядов. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условия сходимости рядов с неотрицательными членами. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: интегральный признак Коши, признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, определения сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля о сходимости степенного ряда. Определение радиуса сходимости степенного ряда с использованием признаков Даламбера и Коши. Свойства сходящихся степенных рядов. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Лагранжа и Пеано. Формула Маклорена. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряды Тейлора и Маклорена некоторых элементарных функций. |
| Раздел 7 Элементы дифференциальных уравнений. | Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие решения. Геометрическая интерпретация решения. Задача Коши. Понятие общего решения дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, общий вид. Задача Коши. Общее решение. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Получение частных решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных отыскания решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка. |