Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Университет «Дубна»
(государственный университет «Дубна»)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_________ /А.С. Деникин /
подпись Фамилия И.О.
«31» 01 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 Физика

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направленность (профиль) программы (специализация)
Физика атомного ядра и частиц

Форма обучения
Очная

г. Дубна, 2022 г.
(для набора 2019 г.)

Преподаватель (преподаватели):
Е.В. Арбузова, профессор, д.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей математики ________
Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра *подпись*

Е.В. Богомолова, доцент, к.т.н., доцент, кафедра высшей математики ________
Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра *подпись*

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций примерной образовательной программы по направлению подготовки (специальности) высшего образования

03.03.02 Физика
(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания № 4 от «31» января 2022 г.

И.о. заведующего кафедрой ______________ /Е.В. Богомолова/

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой фундаментальных проблем физики микромира ________ /Фурсаев Д.В./
подпись *Фамилия И.О*

«31» 01 2022 г.

Заведующий кафедрой ядерной физики ________________ /Ю.Ц. Оганесян/

«31» 01 2022 г.

Эксперт Объединённый институт ядерных исследований, лаборатория ядерных проблем, начальник сектора, доктор физико-математических наук

______________________ /Калиновская Лидия Владимировна/

Подпись Л.В. Калиновской **заверяю**

Ученый секретарь ЛЯП ОИЯИ ______________ /И.В. Титкова/

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью курса является изучение методов, задач и теорем математического анализа, их применение к решению задач прикладной математики и физики.

Основу данного курса составляют дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной, а также дифференциальное исчисление функций нескольких переменных и теория рядов.

Задачей изучения дисциплины является формирование навыков логического мышления, применение полученных знаний и умений для решения прикладных задач.

В результате изучения базовой части цикла студент должен:

знать понятия и методы математического анализа: дифференциальное исчисление, интегральное исчисление и функции многих переменных;

уметь использовать математические методы в технических приложениях;

владеть методами математического анализа и моделирования.

Объектами профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины являются:

- физические системы различного масштаба и уровней организации, процессы их функционирования;
- физические, инженерно-физические, биофизические, химико-физические, медико-физические, природоохранительные технологии;
- физическая экспертиза и мониторинг.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части образовательной программы Б1.О.09.01.

Дисциплина (модуль) преподается в 1,2,3 семестрах, на 1 и 2 курсах.

При освоении данной дисциплины требуются знания общеобразовательной школьной программы по математике, вычислительные навыки и пространственное воображение.

Данная дисциплина является основой для изучения всех дальнейших дисциплин математического и естественно-научного циклов, профессионального цикла ОПОП подготовки бакалавра по направлению 03.03.02 «Физика».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Формируемые компетенции *(код и наименование)*	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)**
ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Знать: базовые теоремы, понятия и определения теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных и интегральных уравнений, векторного и тензорного анализа, вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного. З (ОПК-2) –II Уметь: Формулировать основные понятия, давать определения, с помощью известных методов и приемов доказывать математические утверждения и теоремы теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного. Решать типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов и приемов теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного У (ОПК-2) –II Владеть: Приемами доказательств основных теорем и утверждений теории вероятностей и

	математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного, а также приемами решения типичных задач. В (ОПК-2) –II Знать: Основные линейные и нелинейные уравнения математической физики, включая методы их решения; основные объекты и понятия, используемые в теории групп и симметрий, методы численного моделирования физических систем. Знать границы применимости физических моделей. З (ОПК-2) –III Уметь: создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей. Уметь формулировать математические модели на языке линейных и нелинейных уравнений математической физики, анализировать их методами теории групп, применять для решения как аналитические, так и численные методы. Уметь интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей У (ОПК-2) –III Владеть: навыками создания математических моделей типовых профессиональных задач, методами аналитического и численного решения соответствующих линейных и нелинейных уравнений математической физики, методами теории групп, а также методами численной алгоритмизации. Навыками интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей. В (ОПК-2) –III

4. Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) составляет __11_ зачетных единиц, всего _396__ академических часов, из которых:

__1_ семестр

___68___ часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем:

____34__ часов - лекции;

____34__ часов - практические (семинарские) занятия;

___4_____ часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Промежуточная аттестация _____экзамен (36 часа). Всего 108 часа=3 з.е.

__2_ семестр

___68___ часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем:

____34__ часов - лекции;

____34__ часов - практические (семинарские) занятия;

___22_____ часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Промежуточная аттестация _____экзамен (54 часа). Всего 144 часа=4 з.е.

3**___ семестр**

___68___ часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем:

____34__ часов - лекции;

____34__ часов - практические (семинарские) занятия;

___31_____ часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Промежуточная аттестация ______экзамен (45 часов). Всего 144 часа=4 з.е.

5. Содержание дисциплины (модуля)

Очная форма обучения

При реализации дисциплины (модуля) организуется практическая подготовка путем проведения практических (семинарских) занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью (34 часа).

Практическая подготовка также включает в себя отдельные занятия лекционного типа, которые предусматривают передачу учебной информации обучающимся, необходимой для последующего выполнения работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью (34 часа).

Практическая подготовка при изучении дисциплины реализуется непосредственно в университете.

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	**Всего** (академ. часы)	в том числе:					
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)					Самостоятельная работа обучающегося
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)	**Всего**	
__1___ семестр / 1 курс							
Раздел 1. Пределы последовательностей и функций. Тема 1. Понятие множества. Операции над множествами, их свойства. Эквивалентные множества. Конечные множества. Счетные множества и их свойства. Несчетные множества. Множества на числовой прямой. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. Несчетность множества действительных чисел. Тема 2. Ограниченные и неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Монотонные последовательности. Признак сходимости монотонной последовательности. Число е. Тема 3. Понятие функции. Предел функции в точке по Гейне и по Коши. Левый и правый пределы. Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над	26	12	12		Контрольная работа № 1	24	2

непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теоремы о строго монотонных функциях. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Точки разрыва функции и их классификация.							
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Тема 1. Определение производной, её геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Производные элементарных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Тема 2. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Теоремы Вейерштрасса. Возрастание и убывание функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума. Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений). Теорема Коши. Правило Лопиталя. Тема 3. Стационарные точки. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования асимптот. Схема исследования графика функции. Отыскание максимального и минимального значений функции.	25	12	12		Контрольная работа № 2 Домашняя контрольная работа	24	1
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Тема 1. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Тема 2. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявно заданной функции многих переменных.	21	10	10		Контрольная работа № 3	20	1
Промежуточная аттестация: экзамен	**36**	X					

Итого за семестр	**108**	**34**	**34**			**68**	**4**
__2___ семестр / 1 курс							
Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных. Тема 1. Производная в заданном направлении и градиент. Тема 2. Экстремумы функций нескольких переменных. Формула Тейлора для функции m-переменных. Локальный экстремум функции m-переменных. Тема 3. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	***24***	10	10		Контрольная работа № 1	20	4
Раздел 5. Неопределенный интеграл. Тема 1. Первообразная. Неопределённый интеграл, его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям). Тема 2. Классы интегрируемых функций. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональной дроби. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование иррациональных функций.	33	12	12		Контрольная работа № 2	24	9
Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы. Тема 1. Определённый интеграл Римана. Свойства определённого интеграла. Оценки интегралов. Формулы среднего значения. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной под знаком определённого интеграла. Формула интегрирования по частям. Тема 2. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Достаточные признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Замена переменных под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Тема 3. Геометрические приложения определённого интеграла. Площадь криволинейной трапеции в декартовых координатах и при параметрическом задании кривой. Площадь криволинейного сектора. Длина дуги кривой. Дифференциал дуги кривой. Площадь поверхности тела вращения. Вычисление объемов по заданному поперечному сечению.	33	12	12		Контрольная работа № 3	24	9
Промежуточная аттестация: экзамен	**54**	X					
Итого за семестр	**144**	**34**	**34**			**68**	**22**

__3___ семестр / 2 курс								
Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы. Тема 1. Определение и существование двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла. Тема 2. Тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Приложения тройных интегралов. Тема 3. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их свойства. Приложения криволинейных интегралов.	41	14	16		Контрольная работа № 1		30	11
Раздел 8. Числовые ряды. Тема 1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки сходимости Даламбера, Коши, Коши-Маклорена. Тема 2. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Арифметические операции над сходящимися рядами. Признаки сходимости Лейбница, Дирихле-Абеля.	24	6	8		Контрольная работа № 2		14	10
Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды. Тема 1. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость на множестве. Достаточные признаки равномерной сходимости. Свойства функциональных последовательностей и рядов. Тема 2. Степенные ряды, их свойства. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Тема 3. Ряд Фурье. Условия абсолютной и равномерной сходимости ряда Фурье.	34	14	10		Контрольная работа № 3		24	10
Промежуточная аттестация: экзамен	45							
Итого за семестр	**144**	**34**	**34**				**68**	**31**
Итого за курс	**396**	**102**	**102**				**204**	**57**

6. Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

Для обеспечения реализации программы дисциплины (модуля) разработаны:

– методические материалы к практическим (семинарским) занятиям:

Практические занятия (семинары) 1-й семестр

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)	Аудиторные задания
С1	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Последовательности. Предел последовательности. Сходящиеся последовательности.	[3] №1.213; 1.217; 1.219; 1.224; 1.225; 1.230(а, в); 1.235; 1.236; 1.239; 1.241; 1.244; 1.247 [5] №58; 60; 62; 63; 65; 66
С2	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Вычисление пределов функций.	[3] №1.272; 1.274; 1.278; 1.280; 1.282; 1.284; 1.288; 1.290; 1.294; 1.301
С3	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Замечательные пределы.	[3] №1.305; 1.308; 1.309; 1.310; 1.314; 1.315; 1.316; 1.320; 1.323; 1.325; 1.326; 1.329
С4	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символ «о малое».	[3] №1.350; 1.352; 1.353; 1.355; 1.357; 1.359(а, в); 1.360; 1.362; 1.367; 1.369; 1.371; 1.373; 1.375; 1.376
С5	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.	[3] №1.382; 1.384; 1.386; 1.391; 1.393; 1.395; 1.399
С6	Раздел 1. Пределы последовательностей и функций	Контрольная работа №2 по теме «Пределы последовательностей и функций».	
С7	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Вычисление производной. Логарифмическое дифференцирование.	[3] №5.29; 5.33; 5.38; 5.39; 5.41; 5.48; 5.50; 5.62; 5.63; 5.65; 5.67; 5.69; 5.75 [3] №5.82; 5.85; 5.89; 5.91; 5.118;
С8	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Дифференцирование функций, заданных неявно. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные высших порядков.	[3] 5.147; 5.150; 5.154; 5.170; 5.175; 5.181; №5.187; 5.188; 5.201; 5.203; 5.190
С9	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей	[3] №5.330; 5.333; 5.338; 5.341; 5.346; 5.349; 5.353; 5.360; 5.366; 5.371; 5.375
С10	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Геометрические и механические приложения производной. Формула Тейлора.	[3] 5.230; 5.233; 5.240; 5.241; 5.379; 5.383; 5.385; 5.387; 5.389; 5.391; 5.393; 5.397(а, б); 5.409(а, б)
С11	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков.	[3] 5.277; 5.285; 5.287; 5.291; 5.295; 5.298(а, б); 5.308; 5.314
С12	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Контрольная работа №2 по теме «Дифференцирование функции одной переменной»	
С13	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Возрастание и убывание функции. Экстремум. Направление выпуклости. Точки перегиба. Асимптоты. Домашняя контрольная работа по теме «Исследование функций и построение графиков».	[3] №5.464; 5.481; 5.495; 5.507; 5.514

С14	Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Повторные пределы.	[3] №7.4, 7.7, 7.10, 7.14, 7.26, 7.32, 7.34, 7.35, 7.38, 7.41, 7.43(а), 7.45,
С15	Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Частные производные и дифференцируемость функции. Частные производные высших порядков.	[3] №7.55, 7.57, 7.58, 7.62, 7.64, 7.68, 7.70, 7.71, 7.82
С16	Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявной функции.	[3] №7.103, 7.105, 7.110; 7.116, 7.118, 7.121, 7.124, 7.127, 7.132, 7.137, 7.142, 7.144, 7.146, 7.149, 7.153
С17	Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Контрольная работа № 3 по теме «Дифференцирование функций многих переменных»	

Практические занятия (семинары) 2-й семестр

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)	Аудиторные задания
С1	Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных.	Производная в заданном направлении и градиент функции. Формула Тейлора для функций многих переменных.	[4]: 10.30, 10.33-10.35; Доп. лит. [7]: 1264 – 1273.
С2	Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных.	Локальный экстремум функций многих переменных.	[3] №7.179, 7.182, 7.187, 7.190
С3	Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных.	Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции.	[3] №7.201, 7.204, 7.208, 7.212, 7.214, 7.216
С4	Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных.	Контрольная работа №1 по теме «Экстремумы функций многих переменных».	
С5	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Неопределённый интеграл. Табличное интегрирование. Метод подведения под знак дифференциала.	[3] №6.19; 6.26; 6.28; 6.29(а); 6.36; 6.45; 6.48; 6.56; 6.59; 6.66; 6.78; 6.82; 6.89; 6.93; 6.96; 6.106
С6	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Замена переменной в неопределённом интеграле. Метод интегрирования по частям.	[3] №6.115; 6.116; 6.117;6.119; 6.121; 6.124; 6.127; 6.128; 6.130; 6.134; 6.153
С7	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Интегрирование рациональных дробей.	[3] №6.160; 6.161; 6.164; 6.167; 6.168; 6.172; 6.182
С8	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.	[3] №6.191; 6.192; 6.195; 6.198; 6.202; 6.213; 6.216; 6.219; 6.222; 6.221; 6.228; 6.230
С9	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Интегрирование дробно-линейных иррациональностей. Интегрирование квадратичных иррациональностей.	[3] №6.238; 6.240; 6.242; 6.247; 6.248; 6.253; 6.257
С10	Раздел 5. Неопределенный интеграл.	Контрольная работа №2 по теме «Неопределённый интеграл».	
С11	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной в определённом интеграле. Метод интегрирования по частям.	[3] №6.327, 6.336, 6.337, 6.338, 6.340, 6.342, 6.344, 6.346, 6.347, 6.350, 6.352; 6.381, 6.382, 6.384, 6.386, 6.388, 6.392, 6.395, 6.405, 6.407, 6.408, 6.409
С12	Раздел 6. Определенные и	Несобственные интегралы с бесконечными пределами.	[3] №6.412, 6.413, 6.418, 6.420, 6.422, 6.426, 6.428, 6.432

	несобственные интегралы.		
C13	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Несобственные интегралы от неограниченных функций.	[3] №6.433, 6.435, 6.438, 6.439, 6.443, 6.444, 6.446, 6.448, 6.450
C14	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Вычисление площадей. Вычисление длин дуг.	[3] №6.455, 6.459, 6.478, 6.479, 6.484, 6.489; 6.494,6.495, 6.499, 6.502, 6.510
C15	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Площадь поверхности вращения. Объёмы тел.	[3] №6.518, 6.521,6.522, 6.527, 6.528, 6.529; 6.533, 6.536, 6.538, 6.541, 6.543
C16	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Вычисление моментов, координат центра тяжести. Физические задачи.	[3] №6.546, 6.548, 6.550, 6.553, 6.554; 6.555, 6.559, 6.561, 6.563, 6.571, 6.574
C17	Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы.	Контрольная работа №3 по теме «Определенные и несобственные интегралы».	

Практические занятия (семинары) 3-й семестр

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий (семинаров)	Аудиторные задания
C1	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных координатах.	[4] №8.2, 8.3, 8.5, 8.12, 8.14, 8.17, 8.20, 8.22, 8.26, 8.28, 8.31, 8.32, 8.33, 8.36
C2	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Замена переменных в двойном интеграле.	[4] №8.43, 8.46, 8.47, 8.49, 8.51
C3	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Геометрические и механические приложения двойного интеграла.	[4] №8.59, 8.63, 8.69, 8.71, 8.75, 8.82, 8.92, 8.93, 8.98
C4	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Тройной интеграл. Замена переменных в тройном интеграле.	[4] №8.109, 8.111, 8.113, 8.115, 8.117, 8.118, 8.120, 8.122, 8.124, 8.126, 8.127
C5	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы..	Геометрические и механические приложения тройного интеграла.	[4] №8.130, 8.134, 8.136, 8.144, 8.148
C6	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Криволинейные интегралы 1-го рода.	[4] №10.48, 10.50, 10.51, 10.54, 10.56
C7	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Криволинейные интегралы 2-го рода.	[4] №10.72, 10.73, 10.74, 10.76, 10.79, 10.81
C8	Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы.	Контрольная работа №1 по теме «Кратные и криволинейные интегралы».	
C9	Раздел 8. Числовые ряды.	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Признаки сравнения.	[4] №12.1, 12.3, 12.7, 12.9, 12.2, 12.4, 12.8, 12.10, 12.49, 12.52, 12.87
C10	Раздел 8. Числовые ряды.	Признаки сходимости знакопостоянных рядов: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена.	[4] № 12.21, 12.29, 12.32, 12.33, 12.34, 12.43, 12.44, 12.54, 12.63, 12.64, 12.67
C11	Раздел 8. Числовые ряды.	Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, Абеля-Дирихле.	[4] №12.91, 12.92, 12.95, 12.97, 12.100, 12.101, 12.102, 12.105
C12	Раздел 8. Числовые ряды.	Контрольная работа №2 по теме	

		«Числовые ряды».	
С13	Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.	Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	[4] №12.124, 12.126, 12.129, 12.131 [5] №2746, 2747, 2752, 2758, 2761, 2768, 2768.1, 2774 (г, д)
С14	Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.	Степенные ряды.	[4] №12.165, 12.172, 12.174, 12.176, 12.185
С15	Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.	Ряд Тейлора.	[4] №12.210, 12.213, 12.215, 12.217, 12.218, 12.221, 12.226, 12.229
С16	Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.	Ряд Фурье.	[4] №12.481, 12.484, 12.488, 12.489, 12.492
С17	Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.	Контрольная работа №3 по теме «Функциональные последовательности и ряды».	

– методические материалы по организации самостоятельной работы обучающихся:

Домашние работы 1-й семестр

№	Тема задания	Домашние задания
Д1	Последовательности. Предел последовательности. Сходящиеся последовательности.	[3]: 1.214; 1.218; 1.223; 1.230(б, г); 1.238; 1.240; 1.242; 1.245 [5]: 57; 59; 61; 65
Д2	Вычисление пределов функций.	[3]: 1.273; 1.279; 1.281; 1.283; 1.285; 1.291; 1.292; 1.297; 1.300; 1.302
Д3	Замечательные пределы.	[3]: 1.304; 1.307; 1.311; 1.312; 1.321; 1.324; 1.327
Д4	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символ «о малое».	[3]: 1.349; 1.351; 1.354; 1.356; 1.358; 1.359(б); 1.361; 1.366; 1.369; 1.370; 1.371; 1.372; 1.376
Д5	Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.	[3]: 1.381; 1.385; 1.390; 1.392; 1.396; 1.397; 1.398; 1.400; 1.401; 1.402
Д6	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Пределы последовательностей и функций».	
Д7	Вычисление производной. Логарифмическое дифференцирование.	[3]: 5.32; 5.37; 5.42; 5.50; 5.58; 5.61; 5.81; 5.83; 5.88; 5.90
Д8	Дифференцирование функций, заданных неявно. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные высших порядков.	[3]: 5.144; 1.155; 5.174; 5.180; 5.184; 5.192; 5.199; 5.202; 5.210
Д9	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.	[3]: 5.334; 5.337; 5.344; 5.351; 5.356; 5.359; 5.364; 5.372; 5.374
Д10	Геометрические и механические приложения производной. Формула Тейлора.	[3]: 5.380; 5.382; 5.384; 5.386; 5.388; 5.392; 5.394; 5.400(в)
Д11	Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков.	[3]: 5.232; 5.242; 5.256; 5.268; 5.286; 5.296; 5.298(в); 5.307; 5.312
Д12	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Дифференцирование функции одной переменной»	
Д13	Возрастание и убывание функции. Экстремум. Направление выпуклости. Точки перегиба. Асимптоты.	[3]: 5.405; 5.413; 5.422; 5.440; 5.446 Домашняя контрольная работа по теме «Исследование функций и построение графиков».
Д14	Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Повторные пределы.	[3]: 7.12, 7.15, 7.18, 7.33, 7.36, 7.37, 7.39, 7.40, 7.43(б), 7.46,
Д15	Частные производные и дифференцируемость функции. Частные производные высших порядков.	7.56, 7.59, 7.61, 7.65, 7.75, 7.81, 7.66, 7.69, 7.72, 7.73, 7.83, 7.86
Д16	Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование	[3]: 7.102, 7.107, 7.112, 7.114, 7.119, 7.121, 7.125, 7.140, 7.143, 7.145

	неявной функции.	
Д17	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Дифференцирование функций многих переменных»	

Домашние работы 2-й семестр

№	Тема задания	Домашние задания
Д1	Производная в заданном направлении и градиент функции. Формула Тейлора для функций многих переменных.	[4]: 10.31, 10.32, 10.36, 10.37
Д2	Локальный экстремум функций многих переменных.	[3]: 7.177, 7.181, 7.183, 7.184, 7.188, 7.191, 7.193, 7.196
Д3	Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции.	[3]: 7.202, 7.205, 7.206, 7.211(а), 7.213, 7.220
Д4	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Экстремумы функций многих переменных».	
Д5	Неопределённый интеграл. Табличное интегрирование. Метод подведения под знак дифференциала.	[3]: 6.20; 6.22; 6.24; 6.25; 6.27; 6.30; 6.54; 6.55; 6.60; 6.61; 6.72; 6.85; 6.92; 6.101; 6.107
Д6	Замена переменной в неопределённом интеграле. Метод интегрирования по частям.	[3]: 6.114; 6.118; 6.120; 6.122; 6.125; 6.126; 6.129; 6.131; 6.136; 6.155
Д7	Интегрирование рациональных дробей.	[3]: 6.159; 6.163; 6.165; 6.177; 6.178; 6.183
Д8	Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.	[3]: 6.190; 6.194; 6.199; 6.212; 6.217; 6.218; 6.223; 6.227; 6.229; 6.232
Д9	Интегрирование дробно-линейных иррациональностей. Интегрирование квадратичных иррациональностей.	[3]: 6.238; 6.240; 6.242; 6.247; 6.248; 6.253; 6.257
Д10	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Неопределённый интеграл».	
Д11	Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной в определённом интеграле. Метод интегрирования по частям.	[3]: 6.328, 6.339, 6.341, 6.343, 6.345, 6.348, 6.349; 6.380, 6.383, 6.389, 6.399, 6.402, 6.403, 6.406
Д12	Несобственные интегралы с бесконечными пределами.	[3]: 6.411, 6.414, 6.415, 6.416, 6.419, 6.425, 6.429. 6.431
Д13	Несобственные интегралы от неограниченных функций.	[3]: 6.434, 6.437, 6.440, 6.442, 6.445, 6.447, 6.449
Д14	Вычисление площадей. Вычисление длин дуг.	[3]: 6.456, 6.458, 6.480, 6.483, 6.490; 6.493, 6.500, 6.501, 6.503, 6.509
Д15	Площадь поверхности вращения. Объёмы тел.	[3]: 6.519, 6.520, 6.523, 6.525, 6.531; 6.535, 6.537, 6.540, 6.542
Д16	Вычисление моментов, координат центра тяжести. Физические задачи.	[3]: 6.547, 6.549, 6.551, 6.552, 6.557, 6.562, 6.570, 6.572
Д17	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Определённые и несобственные интегралы».	

Домашние работы 3-й семестр

№	Тема задания	Домашнее задание
Д1	Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных координатах.	[4]: 8.4, 8.6, 8.11, 8.13, 8.18, 8.19, 8.21, 8.27, 8.29, 8.30, 8.37
Д2	Замена переменных в двойном интеграле.	[4]: 8.42, 8.45, 8.48, 8.50
Д3	Геометрические и механические приложения двойного интеграла.	[4]: 8.60, 8.64, 8.70, 8.73, 8.94, 8.96, 8.100
Д4	Тройной интеграл. Замена переменных в тройном интеграле.	[4] 8.108, 8.110, 8.112, 8.114, 8.116, 8.119, 8.121, 8.123, 8.125
Д5	Приложения тройных интегралов.	[4]: 8.131, 8.137, 8.145, 8.149
Д6	Криволинейные интегралы 1-го рода.	[4]: 10.49, 10.52, 10.55
Д7	Криволинейный интеграл 2-го рода.	[4]: 10.71, 10.75, 10.77, 10.80, 10.82
Д8	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Кратные	

	интегралы».	
Д9	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Признаки сравнения	[4]: 12.2, 12.4, 12.8, 12.10 [5]: 2551, 2556, 2561, 2574, 2576
Д10	Признаки сходимости знакопостоянных рядов: Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена.	[4]: 12.22, 12.24, 12.31, 12.35, 12.40, 12.71, 12.76; 12.50, 12.51
Д11	Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, Абеля-Дирихле.	[4]: 12.90, 12.93, 12.94, 12.96, 12.98, 12.99, 12.103, 12.104
Д12	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Числовые ряды».	
Д13	Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	[4]: 12.125, 12.127, 12.130, 12.132 [5]: 2748, 2750, 2754, 2760, 2767, 2769, 2774 (а, к)
Д14	Степенные ряды.	[4]: 12.167, 12.169, 12.178, 12.184
Д15	Ряд Тейлора.	[4]: 12.214, 12.216, 12.219, 12.224, 12.230, 12.260, 12.270
Д16	Ряд Фурье.	[4]: 12.480, 12.482, 12.487, 12.490, 12.491, 12.494
Д17	Работа над ошибками в контрольной работе по теме «Функциональные последовательности и ряды».	

– методические материалы по организации изучения дисциплины (модуля) с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, представленные на странице курса «Математический анализ» в системе Moodle на сайте университета;

– методические рекомендации для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов по освоению программы дисциплины (модуля), учитывающие динамику и уровень работоспособности обучающихся с ОВЗ, а также их индивидуальные особенности.

Методические материалы по дисциплине (модулю) и образовательной программе в целом представлены на официальном сайте образовательной организации (раздел «Сведения об образовательной организации» – Образование – Образовательные программы).

7. Фонды оценочных средств по дисциплине (модулю)

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы по дисциплине (модулю) разработаны фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения (знания, умения, навыки) и сформированные (формируемые) компетенции. Эти фонды включают теоретические вопросы, типовые практические задания, контрольные работы, тесты, домашние работы и критерии их оценивания и иные оценочные материалы, используемые при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации. Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются оценочными материалами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла,
– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла.

8. Ресурсное обеспечение

Перечень литературы

Основная учебная литература

1. Ильин В. А. Основы математического анализа: учебник: в 2 ч. Ч.1 / Ильин Владимир Александрович, Позняк Эдуард Генрихович. - 7-е изд.,стер. - М.: Физматлит, 2014. - 648 с.
2. Ильин В. А. Основы математического анализа: учебник: в 2 ч. Ч.2 / Ильин Владимир Александрович, Позняк Эдуард Генрихович; под редакцией А. Н. Тихонова [и др.]. - 5-е изд.,стер. - М.: Физматлит, 2009. - 464 с.
3. Сборник задач по математике для втузов: в 4 ч.: учебное пособие. Ч.1 : Линейная алгебра и основы математического анализа / Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В. и др.; под общей редакцией А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - 3-е изд.,испр. - М.: Альянс, 2020. - 480 с.
4. Сборник задач по математике для втузов: в 4 ч.: учебное пособие. Ч.2 : Специальные разделы математического анализа / Болгов В. А., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф. и др.; под общей редакцией А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - 3-е изд.,испр. - М.: Альянс, 2020. - 368 с.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие для вузов / Демидович Борис Павлович. - М.: АСТ: Астрель, 2003. - 558с.

Дополнительная учебная литература

1. Ильин В. А. Математический анализ: Учебник: В 2 ч. Ч. 1. / Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х.; Под ред. А. Н. Тихонова. - М: ТК Велби, изд-во Проспект, 2007. – 672с.
2. Ильин В. А. Математический анализ: Учебник: В 2 ч. Ч. 2. / Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х.; Под ред. А. Н. Тихонова. - М: ТК Велби, изд-во Проспект, 2007. – 368с.
3. Бутузов В. Ф. Математический анализ в вопросах и задачах: Учебное пособие / Бутузов В. Ф., Крутицкая Н. Ч., Медведев Г. Н., Шишкин А. А.; Под ред. В. Ф. Бутузова. - М: Физматлит, 2002. – 480с.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебное пособие для университетов и педагогических вузов. Т.1 / Фихтенгольц Григорий Михайлович. - 7-е изд.,стер. - М.: Наука, 1969. - 607с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник для вузов. Т.2 / Фихтенгольц Григорий Михайлович. - 9-е изд.,стер. - М.: Лань, 2009. - 800с.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебное пособие для университетов и педагогических вузов. Т.3 / Фихтенгольц Григорий Михайлович. - 5-е изд. - М.: Наука, 1969. - 656с.
7. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов: в 2 ч. Ч.1 / Данко Петр Ефимович, Попов Александр Георгиевич, Кожевникова Татьяна Яковлевна, Данко Сергей Павлович. – 7-е изд., испр. – М. Оникс; : Мир и Образование: Астрель, 2012. – 368 с.
8. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов: в 2 ч. Ч.2 / Данко Петр Ефимович, Попов Александр Георгиевич, Кожевникова Татьяна Яковлевна, Данко Сергей Павлович. – 7-е изд., испр. – М. Оникс; : Мир и Образование: Астрель, 2012. – 448 с.
9. Арбузова Е. В. Пределы последовательностей и функций: учебное пособие для студентов / Арбузова Елена Владимировна, Копылова Татьяна Валерьевна; Министерство образования Московской области; Государственный университет "Дубна". Кафедра высшей математики; рецензент В. Р. Гердт. - Дубна: Государственный университет "Дубна", 2014. - 48 с.
10. Математический анализ. Несобственные интегралы: Учебное пособие / Емельяненко Г. А., Муравей Л. А., Шевченко Ю. Д., Андреева Т. В. – Дубна: Междунар. Ун-т природы, о-ва и человека «Дубна», 2007. – 84с.
11. Ершов Н.М. Математический анализ: Числовые ряды в примерах и задачах: Учебное пособие / Ершов Николай Михайлович; Рец. Г.С.Казача, Т.В.Копылова; Ред. В.В.Труба; Международный университет природы, общества и человека "Дубна". Кафедра высшей математики. - Дубна: Международный университет природы, общества и человека "Дубна", 2006. - 47с.

12. Бобылева Л.В. Математический анализ. Экстремумы функций многих переменных в примерах и задачах: Учебное пособие / Бобылева Людмила Васильевна, Казача Галина Стефановна; Министерство образования Московской области; ГОУ ВПО МО "Международный университет природы, общества и человека "Дубна"". Кафедра высшей математики; Рец. И.Е.Жидкова, С.В.Панферов; Ред. В.В.Труба. - Дубна: Международный университет природы, общества и человека "Дубна", 2011. - 43с.
13. Богомолова Е. В. Неопределенный интеграл: учебное пособие для студентов / Богомолова Елена Владимировна; рецензент О. А. Григорян; редактор Ю. С. Цепилова; Министерство образования Московской области; Государственный университет "Дубна". Кафедра высшей математики. - Дубна: Государственный университет "Дубна", 2019. - 96 с.
14. Богомолова Е. В. Кратные интегралы и их приложения: учебное пособие для студентов / Богомолова Елена Владимировна; рецензент И.В.Амирханов; редактор Ю. С. Цепилова; Министерство образования Московской области; Государственный университет "Дубна". Кафедра высшей математики. - Дубна: Государственный университет "Дубна", 2019. - 96 с.

Электронные ресурсы

1. Ильин В. А. Математический анализ :[Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата: в 2 ч. Ч.1. Кн.1 / Ильин Владимир Александрович, Садовничий Виктор Антонович, Сендов Благовест Христов; под редакцией А. Н. Тихонова. - 4-е изд.,перераб.и доп. - М.: Юрайт, 2017. - 331 с.
2. Ильин В. А. Математический анализ :[Электронный ресурс] : учебник для академического бакалавриата: в 2 ч. Ч.1. Кн.2 / Ильин Владимир Александрович, Садовничий Виктор Антонович, Сендов Благовест Христов; под редакцией А. Н. Тихонова. - 4-е изд.,перераб.и доп. - М.: Юрайт, 2017. - 328 с.
3. Ильин В. А. Математический анализ :[Электронный ресурс] : учебник для вузов: в 2 ч. Ч.2 / Ильин Владимир Александрович, Садовничий Виктор Антонович, Сендов Благовест Христов; под редакцией А. Н. Тихонова; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд. - М.: Юрайт, 2020. - 324 с.
4. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика [Электронный ресурс].

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы и базы данных

1. ЭБС **Консультант студента**
2. ЭБС **Лань**
3. ЭБС **Университеская библиотека онлайн**
4. ЭБС **Znanium.com**
5. ЭБС ЮРАЙТ
6. Архивы научных журналов
7. Базы данных компании EBSCO Publishing
8. Национальная электронная библиотека
9. Статистика России
10. East View
11. Elibrary.ru. Научная электронная библиотека (РУНЭБ)

Научные поисковые системы

Google Scholar
ArXiv.org
Math-Net.Ru

Профессиональные ресурсы сети «Интернет»

Необходимое программное обеспечение

1. Moodle
2. Google-meet

Необходимое материально-техническое обеспечение

1. Лекционная аудитория с проектором и интерактивной доской, с возможностью показа слайдов презентаций.
2. Аудитория с доской для проведения практических (семинарских) занятий.
3. Компьютерный класс для проведения онлайн занятий и тестов.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья могут использовать специализированное программное и материально-техническое обеспечение:

– обучающиеся с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости могут использовать адаптивные технические средства: функцию «сенсорная клавиатура», «управление указателем мыши с клавиатуры», специально оборудованные джойстики, увеличенные выносные кнопки, клавиатуры с большими клавишами или накладки «Клавита»;

– обучающиеся с ограничениями по зрению могут прослушать доступный аудиоматериал или прочитать тексты, увеличив шрифт на экране монитора компьютера. Рекомендуется использовать экранную лупу и другие визуальные вспомогательные средства, чтобы изменить шрифт текста, межстрочный интервал, синхронизацию с речью и т.д., программы экранного доступа (скринридеры для прочтения текстовой информации через синтезированную речь) и/или включить функцию «экранного диктора» на персональном компьютере с операционной системой Windows 7, 8, 10, Vista, XP. Студенты с полным отсутствием зрения могут использовать тексты, напечатанные шрифтом Брайля, а для набора текста на компьютере – клавиатуры Брайля;

– обучающиеся с ограничениями по слуху могут воспользоваться индивидуальными техническими средствами (аппараты «Глобус», «Монолог», индивидуальными слуховыми аппаратами, компьютерной аудиогарнитурой, наушниками и др.) при прослушивании необходимой информации, а также услугами сурдопереводчика.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами (образовательная программа, учебники, учебные пособия и др.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла,
– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,
– в форме электронного документа,
– в форме аудиофайла.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки (специальность)
_03.03.02 Физика

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направленность (профиль) программы (специализация)
Фундаментальная физика

Форма обучения
Очная

г. Дубна, 2022 г.
(для набора 2019 г.)

Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Полный перечень компетенций выпускников образовательной программы 03.03.02 «Физика» (профиль «Фундаментальная физика») с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования приведен в картах компетенций образовательной программы.

Перечень компетенций выпускников образовательной программы 03.03.02 «Физика» (профиль «Фундаментальная физика»), в формировании которых участвует данная дисциплина представлен в разделе 3 рабочей программы дисциплины.

Указание результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы формирования компетенций, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования представлено ниже.

Результатом проверки компетенций на разных этапах формирования, полученных студентом в ходе освоения данной дисциплины, является оценка, выставляемая по 5-ти балльной шкале в соответствии со следующими критериями:

Описание шкал оценивания

Критерии оценивания ответов студентов на экзамене:

Оценка «отлично»	Студент показывает не только высокий уровень теоретических знаний по изучаемой дисциплине, но и видит междисциплинарные связи. Умеет анализировать практические ситуации. Ответ построен логично. Материал излагается четко, ясно, аргументировано. Уместно используется информационный и иллюстративный материал.
Оценка «хорошо»	Студент показывает достаточный уровень теоретических и практических знаний, свободно оперирует категориальным аппаратом. Умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается грамотно.
Оценка «удовлетворительно»	Студент показывает знание основного лекционного и практического материала. В ответе не всегда присутствует логика изложения. Студент испытывает затруднения при приведении практических примеров.
Оценка «неудовлетворительно»	Студент показывает слабый уровень теоретических знаний, не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом на них.

Описание шкал оценивания для различных заданий, выполняемых в рамках текущего контроля, представлено в методических материалах, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания**					**ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ**
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
З (ОПК-2) –II						
Знает базовые теоремы, понятия и определения теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных и интегральных уравнений, векторного и тензорного анализа, вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного	Отсутствие знаний	Слабое, фрагментарное знание. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное знание. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы знание. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное знание. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*
У (ОПК-2) –II						
Умеет формулировать основные понятия, давать определения, с помощью известных методов и приемов доказывать математические утверждения и теоремы теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного.	Отсутствие умений	Слабое, фрагментарное умение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное умение. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*
Умеет решать типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов и приемов теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного	Отсутствие умений	Слабое, фрагментарное умение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное умение. Не допускает ошибок.	*Выполнение простого практического контрольного задания*

В (ОПК-2) –II						
Владеет приемами доказательств основных теорем и утверждений теории вероятностей и математической статистики, теории дифференциальных уравнений, векторного и тензорного анализа, интегральных уравнений и вариационного исчисления, теории функций комплексного переменного, а также приемами решения типичных задач.	Отсутствие владений	Слабое, фрагментарное владение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное владение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное владение. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*
З (ОПК-2) –III						
Знает основные линейные и нелинейные уравнения математической физики, включая методы их решения; основные объекты и понятия, используемые в теории групп и симметрий, методы численного моделирования физических систем. Знать границы применимости физических моделей.	Отсутствие знаний	Слабое, фрагментарное знание. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное знание. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы знание. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное знание. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*
У (ОПК-2) –III						
Умеет создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.	Отсутствие умений	Слабое, фрагментарное умение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное умение. Не допускает ошибок.	*Выполнение простого практического контрольного задания*
Умеет формулировать математические модели на языке линейных и нелинейных уравнений математической физики, анализировать их методами теории групп, применять для решения как аналитические, так и численные методы.	Отсутствие умений	Слабое, фрагментарное умение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное умение. Не допускает ошибок.	*Выполнение простого практического контрольного задания*
Умеет интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Отсутствие умений	Слабое, фрагментарное умение. Допускает	В целом успешное, но не структурированное умение. Допускает достаточно серьезные	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы умение. Допускает	Демонстрирует свободное и уверенное умение. Не допускает	*Устное собеседование*

		множественные грубые ошибки.	ошибки.	отдельные негрубые ошибки.	ошибок.	
В (ОПК-2) –III						
Владеет навыками создания математических моделей типовых профессиональных задач, методами аналитического и численного решения соответствующих линейных и нелинейных уравнений математической физики, методами теории групп, а также методами численной алгоритмизации.	Отсутствие владений	Слабое, фрагментарное владение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное владение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное владение. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*
Владеет навыками интерпретации полученных результатов с учетом границ применимости моделей.	Отсутствие владений	Слабое, фрагментарное владение. Допускает множественные грубые ошибки.	В целом успешное, но не структурированное владение. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Сформированное, но содержащее отдельные пробелы владение. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное владение. Не допускает ошибок.	*Устное собеседование*

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Для контроля знаний по данной дисциплине проводится текущий и промежуточный контроль.

Текущий контроль успеваемости проводится на основе посещаемости аудиторных занятий, оценки работы студентов на практических (семинарских) занятиях и оценки выполнения работ и заданий, указанных в графике учебного процесса (домашние практические задания и контрольные задания).

Имеется список вопросов по всему курсу (по каждому семестру) для самостоятельной проработки лекционного материала. Для проведения контроля освоения теоретического материала используется устный или письменный опрос на семинарских занятиях.

Форма *промежуточного* контроля в 1, 2 и 3 семестрах – экзамен. К экзамену допускаются студенты, у которых нет задолженностей по выполнению всех практических и контрольных заданий.

Контрольные вопросы и задания
1 семестр, 1 курс

Раздел 1, тема 1. Множества. Операции над множествами. Верхние и нижние грани.

Понятие множества. Операции над множествами, их свойства. Декартово произведение множеств. Отображение множеств. Взаимно однозначные отображения. Эквивалентные множества. Конечные множества. Счетные множества и их свойства. Несчетные множества. Множества на числовой прямой. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. Несчетность множества действительных чисел.

[6] Гл.2, §7

[1] Гл.2, §1, 2, 3

Контрольные вопросы и задания

1. Какие операции над множествами существуют?
2. Назовите свойства этих операций.
3. Как определяется отображение на множестве? Какое отображение называется инъективным, сюръективным, биективным?
4. В чем состоит различие бесконечных десятичных дробей, представляющих рациональные и иррациональные числа?
5. В каком случае два числа называют равными?
6. Докажите, что $\sqrt{8}$ есть иррациональное число.
7. Представьте дробь 31,2(88) в виде обыкновенной.
8. Напишите с помощью кванторов определение ограниченного снизу множества. Постройте отрицание этого определения.
9. Дайте определение точной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) множества.
10. Сформулируйте теорему о существовании точных граней числового множества.

Раздел 1, тема 2. Числовые последовательности. Предел последовательности.

Ограниченные и неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства.

[1] Гл.3, §1 – 4

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте определения: *а)* последовательности; *б)* ограниченной и неограниченной последовательности; *в)* предела последовательности. Дайте геометрическую интерпретацию этих определений.
2. Какая последовательность называется сходящейся (расходящейся)?
3. Пусть последовательность $\{x_n\}$ является ограниченной (неограниченной). Следует ли из этого условия, что она сходится (расходится)?
4. Докажите, что сходящаяся последовательность имеет только один предел.
5. Сформулируйте определения: *а)* бесконечно малой последовательности; *б)* бесконечно большой последовательности. Дайте геометрическую интерпретацию этих определений.
6. Является ли бесконечно малая последовательность ограниченной?
7. Является ли бесконечно большая последовательность: неограниченной; сходящейся?

8. Является ли любая неограниченная последовательность бесконечно большой?
9. Назовите свойства бесконечно малой последовательности.
10. Назовите свойства сходящейся последовательности.

Раздел 1, тема 2. Монотонные последовательности. Признак сходимости.

Ограниченные и неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Монотонные последовательности. Признак сходимости монотонной последовательности. Число e. Подпоследовательности числовых последовательностей. Предельные точки последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

[1] Гл.3, §1 – 4

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте: *а)* определение монотонной последовательности; *б)* признак сходимости монотонной последовательности.
2. Является ли ограниченность последовательности необходимым и достаточным условием сходимости: *а)* монотонной последовательности; *б)* произвольной последовательности?
3. Сформулируйте определения: *а)* предельной точки; *б)* верхнего (нижнего) предела последовательности.
4. Дайте геометрическую интерпретацию определения предельной точки.
5. Даны последовательности $\{n(1+(-1)^n)\}, \{n\}, \{1+(-1)^n\}$. Укажите, какая из них: *а)* имеет предельную точку; *б)* не имеет предельной точки; *в)* имеет две предельные точки; *г)* имеет только одну предельную точку? Есть ли среди этих последовательностей сходящаяся?
6. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
7. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности. Дайте геометрическую интерпретацию определения.

Раздел 1, тема 3. Предел функции.

Понятие функции. Предел функции в точке по Гейне и по Коши. Левый и правый пределы. Критерий Коши существования предела функции. Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Символ $\bar{o}$ малое.

[1] Гл. 4, §1 – 3; гл. 8, §1

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте два определения предела функции в точке. Докажите их эквивалентность.
2. Сформулируйте два определения односторонних пределов функции в точке.
3. Существуют ли $f(3+0)$ и $f(3-0)$, если $f(x)=\dfrac{|3-x|}{3-x}$? Существует ли $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$?
4. Сформулируйте два определения предела функции при $x \to +\infty$.
5. Дайте определение бесконечно малой функции: *а)* при $x \to a$; *б)* при $x \to \infty$. Приведите примеры таких функций.
6. Сформулируйте определение и приведете примеры бесконечно малой функции $\alpha(x)$: *а)* одного порядка с функцией $\beta(x)$ в точке *a*; *б)* эквивалентной функции $\beta(x)$ в точке *a*; *в)* более высокого порядка при $x \to a$, чем $\beta(x)$.

Раздел 1, тема 3. Непрерывность функции.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теоремы о строго монотонных функциях. Непрерывность элементарных функций. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Точки разрыва функции и их классификация. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Теоремы Вейерштрасса.

[1] Гл. 4, §3 – 6, 8

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте определения: *а)* непрерывности функции в точке; *б)* непрерывности функции справа (слева) в точке.
2. Сформулируйте необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке.
3. Докажите, что функция $\sin x$ непрерывна в любой точке *a*.
4. Какие точки называются точками разрыва функции?

5. Дайте определения точки устранимого разрыва и точек разрыва I и II рода.
6. Укажите тип точки разрыва функции $f(x)$: *а)* $f(x)=sgn\, x$; *б)* $f(x)=\frac{|x|}{x}$.

Раздел 2, тема 1. Производная функции.

Определение производной, её геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Производные элементарных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Правила вычисления дифференциалов. Применение дифференциала для приближённых вычислений. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Производная векторной функции.

[1] Гл. 5, §1 – 8

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется приращением функции $y=f(x)$ в точке x_0?
2. Дайте определение производной функции $y=f(x)$ в точке x_0.
3. Пользуясь определением производной, выведите формулы для производных функций $x^n, \sin x, \cos x, \log_a x, a^x$.
4. Какой физический смысл производной функции $y=f(x)$ в точке x_0?
5. Какой геометрический смысл производной функции $y=f(x)$ в точке x_0? Дайте определение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $(x_0, f(x_0))$ и запишите уравнение касательной.
6. Выведите формулы для производных суммы, разности, произведения и частного двух функций. Используя их, выведите формулы для производных функций $tg\, x, ctg\, x, sh\, x, ch\, x, th\, x, cth\, x$.
7. Сформулируйте теорему о производной обратной функции. Выведите формулы для производных обратных тригонометрических функций.
8. Сформулируйте теорему о производной сложной функции. Применима ли эта теорема к функции $y=\sin^2\left(\sqrt[3]{x^2}\right)$ в точке $x=0$?
9. Дайте определение дифференцируемости функции в данной точке.
10. Докажите теорему о связи между дифференцируемостью функции в точке и существованием в этой точке производной.
11. Что такое дифференциал функции в данной точке? От какого аргумента он зависит? Какой геометрический смысл дифференциала?
12. Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала? Докажите, что форма первого дифференциала инвариантна.
13. Как можно использовать дифференциал для приближённых вычислений?
14. Дайте определение второй производной функции $y=f(x)$ в точке x_0. Дайте определение *n*-й производной функции $y=f(x)$ в точке x_0.
15. Выведите формулу Лейбница.
16. Выведите формулы для *n*-х производных функций $x^\alpha, a^x, \sin x, \cos x, \ln x$.
17. Дайте определение дифференциала *n*-го порядка функции $y=f(x)$ в точке x_0.

Раздел 2, тема 2. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

Возрастание и убывание функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума. Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений). Следствия из формулы Лагранжа. Условия постоянства, монотонности функции на интервале. О точках разрыва производной. Теорема Коши. Первое правило Лопиталя. Второе правило Лопиталя. Раскрытие неопределённостей других типов.

[1] Гл.8, §7 – 12

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение ограниченной сверху (снизу) на множестве *X* функции.
2. Сформулируйте теорему о локальной ограниченности непрерывной функции.
3. Сформулируйте теорему об устойчивости знака непрерывной функции.

4. Сформулируйте первую теорему Вейерштрасса.
5. Справедливо ли утверждение: непрерывная на интервале функция ограничена на этом интервале?
6. Справедливо ли утверждение: ограниченная сверху (снизу) на множестве X функция имеет на этом множестве точную верхнюю (нижнюю) грань?
7. Сформулируйте вторую теорему Вейерштрасса.
8. Справедливо ли утверждение: непрерывная и ограниченная на интервале функция достигает на этом интервале своих точных граней?
9. Дайте определение возрастания (убывания) функции в точке.
10. Сформулируйте достаточное условие возрастания функции в точке.
11. Сформулируйте необходимое и достаточное условие монотонности дифференцируемой функции на промежутке.
12. Сформулируйте достаточное условие строгой монотонности дифференцируемой функции на промежутке.
13. Сформулируйте теорему Ролля.
14. Сформулируйте теорему Лагранжа.
15. Сформулируйте теорему Коши
16. Сформулируйте правило Лопиталя раскрытия неопределённости типа: *а)* $\frac{0}{0}$ при $x \to a$; *б)* $\frac{\infty}{\infty}$ при $x \to a$.

Раздел 2, тема 3. Формула Тейлора и Маклорена.

Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме. Различные формы остаточного члена. Остаточный член в форме Пеано. Формула Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.

[1] Гл. 8, §13 – 15

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом: *а)* в форме Пеано; *б)* в общей форме.
2. Выведите из общей формы остаточного члена формы Лагранжа и Коши.
3. Напишите формулу Маклорена для функции $f(x)$ и остаточные члены этой формулы в формах Пеано, Лагранжа и Коши.
4. Напишите разложения по формуле Маклорена функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$ и остаточные члены этой формулы в формах Пеано, Лагранжа и Коши.

Раздел 2, тема 3. Исследование функций и построения их графиков.

Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Экстремум функции, недифференцируемой в данной точке. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования асимптот. Схема исследования графика функции. Отыскание максимального и минимального значений функции. Краевой экстремум. Теорема Дарбу.

[1] Гл. 9, §1 – 7

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение локального экстремума функции.
2. Сформулируйте теорему, выражающую необходимое условие экстремума. Покажите на примере, что это условие не является достаточным.
3. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции.
4. Дайте определение направления выпуклости графика функции.
5. Дайте определение точки перегиба графика функции.
6. Сформулируйте необходимое условие перегиба графика функции. Покажите на примере, что это условие не является достаточным.
7. Сформулируйте достаточное условие перегиба графика функции.
8. Дайте определение и приведите пример вертикальной асимптоты графика функции.
9. Дайте определение и приведите пример наклонной асимптоты графика функции при $x \to +\infty (x \to -\infty)$.

10. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования наклонной асимптоты графика функции.

Раздел 3, тема 1. Функции нескольких переменных.

Понятие функции нескольких переменных. Предел функций нескольких переменных. Непрерывные функции нескольких переменных, их свойства.

[2] Гл.14, §1- 4; §5 п.1, 2;

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения: а) m-мерного координатного пространства; б) m-мерного евклидова пространства.
2. Дайте определения: а) m-мерного шара; б) открытого m-мерного шара; в) m-мерной сферы; г) m-мерного параллелепипеда; д) ε-окрестности точки.
3. Дайте определение открытого множества. Являются ли открытыми следующие множества: а) m-мерный шар; б) m-мерная сфера; в) ε-окрестность точки?
4. Дайте определение замкнутого множества. Являются ли замкнутыми следующие множества: а) m-мерный шар; б) m-мерная сфера; в) ε-окрестность точки; г) m-мерный параллелепипед?
5. Дайте определение предельной точки множества. Докажите, что любая внутренняя точка множества является предельной точкой этого множества. Может ли граничная точка множества быть предельной точкой этого множества?
6. Дайте определения: а) ограниченного множества; б) связного множества. Являются ли связными следующие множества: а) m-мерный шар; б) m-мерная сфера?
7. Какое множество точек называют: областью, замкнутой областью?
8. Сформулируйте определение предела последовательности $\{M_n\}$. Сформулируйте лемму об эквивалентности сходимости последовательности $\{M_n(x_1^{(n)},\dots,x_m^{(n)})\}$ и сходимости m числовых последовательностей $\{x_1^{(n)}\},\dots,\{x_m^{(n)}\}$
9. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности точек $\{M_n\}$ пространства E^m. Сформулируйте критерий Коши сходимости последовательности $\{M_n\}$.
10. Сформулируйте определение ограниченной последовательности $\{M_n\}$. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
11. Сформулируйте два определения предела функции $f(M)$ в точке A. Сформулируйте отрицания определений.
12. Дайте определение повторного предела функции $f(x,y)$в точке $M_0(x_0,y_0)$.
13. Дайте определение непрерывности функции в точке.
14. Что такое полное приращение функции $u=f(M)$ в точке A? Что называется частным приращением функции $u=f(x_1,\dots,x_m)$ в данной точке $A(a_1,\dots,a_m)$?
15. Сформулируйте теорему об арифметических действиях над непрерывными функциями. Сформулируйте понятие сложной функции и теорему о непрерывности сложной функции. Сформулируйте первую и вторую теоремы Вейерштрасса. Сформулируйте теорему о равномерной непрерывности.

Раздел 3, тема 2. Дифференцирование функций многих переменных.

Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Геометрический смысл частных производных и первого дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Неявные функции.

Гл.15, §1 – 4

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение частной производной функции $u=f(x_1,\dots,x_m)$ по аргументу x_k во внутренней точке области определения функции. Какой физический смысл частной производной? Как определяются частные производные функции в граничных точках области определения функции?
2. Дайте определение дифференцируемости функции в данной точке. Докажите, что дифференцируемая в данной точке функция непрерывна в этой точке.

3. Сформулируйте теорему о необходимом условии дифференцируемости. Сформулируйте теорему о достаточном условии дифференцируемости.
4. Каков геометрический смысл дифференцируемости функции $u=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$? Дайте определение касательной плоскости к поверхности $u=f(x,y)$ в точке $N_0(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$ и запишите уравнение касательной плоскости в этой точке.
5. Сформулируйте теорему о дифференцируемости сложной функции и запишите формулу для вычисления частных производных сложной функции.
6. Что такое дифференциал функции $u=f(x_1,\ldots,x_m)$ в данной точке? Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала? Докажите инвариантность формы первого дифференциала.
7. Дайте определение частной производной второго порядка функции $u=f(x_1,\ldots,x_m)$ по аргументам x_i, x_k в точке M. В каком случае частная производная второго порядка называется смешанной?
8. Сформулируйте теорему о равенстве смешанных частных производных второго порядка функции $u=f(x,y)$.
9. Дайте определение n-кратной дифференцируемости функции $u=f(x_1,\ldots,x_m)$ в данной точке. Докажите, что если функция дифференцируема n раз в точке M_0, то эта функция и все её частные производные до $(n-1)$-го порядка включительно дифференцируемы в точке M_0.
10. Докажите, что если функция $u=f(x_1,\ldots,x_m)$ имеет в некоторой окрестности точки M_0 все частные производные n-го порядка и эти частные производные непрерывны в точке M_0, то функция дифференцируема n раз в этой точке.
11. Дайте определение дифференциала второго порядка функции $u=f(x,y)$ в данной точке M_0 и, пользуясь определением, выведите для него формулу.
12. Дайте определение дифференциала n-го порядка функции $u=f(x,y)$. Методом математической индукции докажите справедливость операторной формулы для дифференциала n-го порядка.
13. Выведите формулу для дифференциала второго порядка функции $u=f(x,y)$ в случае, когда x и y - дважды дифференцируемые функции каких-либо независимых переменных.
14. Какая функция называется неявной? Приведите пример.
15. Сформулируйте теорему о существовании, единственности и дифференцируемости неявной функции, определяемой уравнением $F(x,y)=0$.
16. Сформулируйте теорему о существовании, единственности и дифференцируемости неявной функции, определяемой уравнением $F(x_1,\ldots,x_m,y)=0$.
17. Сформулируйте теорему о существовании, единственности и дифференцируемости совокупности неявных функций, определяемых системой уравнений.
18. Дайте определение зависимости и независимости функций. Приведите пример.
19. Сформулируйте теорему о достаточном условии независимости функций.
20. Сформулируйте необходимое условие зависимости функций.

2 семестр, 1 курс

Раздел 4, темы 1-3. Экстремумы функций многих переменных.

Производная в заданном направлении, градиент. Формула Тейлора для функции m-переменных. Локальный экстремум функции m-переменных. Условный экстремум.

[2] Гл.14, §5 п.3, 4; §6; гл.15, §5

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение производной функции трех переменных в направлении заданного вектора. Обобщите на случай функции m переменных.
2. Дайте определение градиента функции. Укажите связь производной по направлению и градиента.
3. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и форме Пеано.

4. Дайте определение локального экстремума функции.
5. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума.
6. Какие точки называются точками возможного экстремума функции?
7. Какая функция называется квадратичной формой? Что такое матрица квадратичной формы? Какая квадратичная форма называется: а) положительно определённой; б) отрицательно определённой; в) знакоопределённой; г) квазизнакоопределённой; д) знакопеременной?
8. Сформулируйте критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичной формы.
9. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума функции $u=f\left(x_1,\ldots,x_m\right)$.
10. Сформулируйте достаточные условия локального максимума, локального минимума и отсутствия экстремума функции $u=f\left(x,y\right)$в точке $M_0\left(x_0,y_0\right)$.
11. Сформулируйте определение условного экстремума функции.
12. Что такое функция Лагранжа?
13. Сформулируйте теорему о необходимых условиях Лагранжа условного экстремума.
14. Объясните, как исследовать точку возможного экстремума, найденную методом Лагранжа.

Раздел 5, тема 1. Превообразная. Неопределённый интеграл.

Первообразная. Теорема о первообразных. Неопределённый интеграл, его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).

$[1]$ Гл. 6, §1, 2

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение первообразной для функции $f\left(x\right)$ на промежутке *X*.
2. Приведите примеры двух различных первообразных для одной и той же функции $f\left(x\right)$.
3. Напишите формулу замены переменной в неопределённом интеграле. При каких условиях эта формула справедлива?
4. Напишите формулу интегрирования по частям неопределённого интеграла. При каких условиях она справедлива? Какие функции удобно интегрировать по частям?

Раздел 5, тема 2. Интегрирование рациональных дробей.

Краткие сведения о комплексных числах. Разложение правильной рациональной дроби. Интегрирование рациональной дроби. Метод Остроградского.

[1] Гл. 7, §1 – 9

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется правильной (неправильной) рациональной дробью?
2. Что значит «выделить целую часть неправильной дроби»?
3. На какие простейшие дроби разлагается дробь $\dfrac{x+1}{\left(x+1\right)^2\left(x^2+x+1\right)}$?
4. Что такое метод неопределённых коэффициентов при разложении дроби на сумму простейших дробей?
5. Как интегрируются рациональные дроби методом Остроградского?

Раздел 5, тема 2. Интегрирование тригонометрических выражений.

Интегрирование тригонометрических выражений. Свойства рациональной функции двух аргументов. Частные случаи.

[1]Гл.7, §10

Контрольные вопросы и задания

1. Как рационализируется интеграл $\int R\left(\sin x,\cos x\right)dx$ с помощью универсальной подстановки $t=tg\left(x/2\right)$?
2. Когда используются подстановки $t=\cos x, t=\sin x, t=tg\,x$ и как с их помощью рационализируется интеграл $\int R\left(\sin x,\cos x\right)dx$?

Раздел 5, тема 2. Интегрирование иррациональных функций.

Интегрирование дробно-линейных иррациональностей. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Интегрирование квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера, другие способы).

[1] Гл. 7, §10

Контрольные вопросы и задания

1. Какая подстановка рационализирует интеграл от дробно-линейной иррациональности?
2. Какого типа интегралы вычисляются с помощью подстановок Эйлера?
3. С помощью каких тригонометрических подстановок вычисляются интегралы $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$, $\int \sqrt{x^2-3}\,dx$, $\int \sqrt{x^2+3}\,dx$, $\int \sqrt{x^2-2x+2}\,dx$, $\int \sqrt{2+2x-x^2}\,dx$?
4. Как интегрируются биномиальные дифференциалы?

Раздел 6, тема 1. Определённый интеграл.

Определённый интеграл Римана. Классы интегрируемых функций. Свойства определённого интеграла. Оценки интегралов. Формулы среднего значения. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной под знаком определённого интеграла. Формула интегрирования по частям. Некоторые важные неравенства для сумм и интегралов: неравенство Юнга, неравенство Гёльдера, неравенство Минковского, неравенство Коши-Буняковского.

[1] Гл.10, §1 – 7, доп.1, 2

Контрольные вопросы и задания

11. Что такое разбиение сегмента $[a,b]$?
12. Что такое интегральная сумма функции $f(x)$ на сегменте $[a,b]$?
13. Что такое определённый интеграл?
14. Какая функция называется интегрируемой?
15. Докажите, что неограниченная функция неинтегрируема.
16. Всякая ли ограниченная функция интегрируема? Обоснуйте ответ примерами.
17. Назовите классы интегрируемых функций.
18. Перечислите свойства определённого интеграла.
19. Следует ли из интегрируемости суммы интегрируемость слагаемых? Ответ обоснуйте примерами.
20. Известно, что $|f(x)|$ интегрируемая функция. Что можно сказать об интегрируемости $f(x)$? Приведите примеры.
21. Приведите несколько вариантов формулы среднего значения. При каких условиях они справедливы?
22. Найдите среднее значение функции на заданном сегменте:
    а) $f(x)=\cos x$ *на* $\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]$; *б)* $f(x)=sgn\,x$ *на* $[-1,2]$.
23. Что такое интеграл с переменным верхним пределом? Для каких подынтегральных функций он является первообразной?
24. При каких условиях справедлива формула Ньютона-Лейбница?
25. Перечислите условия, при выполнении которых справедливы: *а)* формула замены переменной; *б)* формула интегрирования по частям.
26. С помощью каких подстановок вычисляются интегралы, содержащие: *а)* дробно-линейные иррациональности; *б)* квадратичные иррациональности?
27. Для вычисления каких типов интегралов удобны тригонометрические подстановки? Приведите примеры.
28. Для вычисления каких типов интегралов удобен метод интегрирования по частям? Приведите примеры.

Раздел 6, тема 2. Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Достаточные признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признак Дирихле-Абеля. Замена переменных под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Главное значение несобственного интеграла в смысле Коши.

[2] Гл. 3 §1 – 3

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода. Что такое сходимость (расходимость) несобственного интеграла? Приведите примеры.
2. Сформулируйте критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
3. Сформулируйте достаточные признаки сходимости несобственных интегралов.

4. Что называют абсолютной (условной) сходимостью несобственного интеграла?
5. Перечислите условия, при выполнении которых справедливы: *а)* формула замены переменной под знаком несобственного интеграла; *б)* формула интегрирования по частям.
6. Сформулируйте определение несобственного интеграла 2-го рода. Что такое сходимость (расходимость) несобственного интеграла? Приведите примеры.
7. Что такое главное значение несобственного интеграла?

Раздел 6, тема 3. Геометрические приложения определённого интеграла.

Плоская кривая. Параметризуемая кривая. Длина дуги кривой. Достаточные условия спрямляемости кривой. Длина дуги кривой. Квадрируемость плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора. Кубируемость некоторых классов тел. Кубируемость тел вращения. Площадь поверхности вращения.

[2] Гл.11 §1 – 4

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое простая незамкнутая (замкнутая) кривая?
2. Что такое спрямляемая кривая?
3. Что такое длина кривой?
4. По каким формулам вычисляется длина кривой: *а)* заданной параметрически; *б)* в декартовых координатах; *в)* в полярных координатах?
5. Что такое плоская фигура?
6. Что такое квадрируемая фигура?
7. Что такое площадь плоской фигуры?
8. По каким формулам вычисляется площадь фигуры: *а)* в декартовых координатах; *б)* в случае параметрического задания границы; *в)* в полярных координатах?
9. Что называется телом?
10. Что такое кубируемое тело?
11. Что такое объём тела?
12. По какой формуле вычисляется: *а)* объём тела с известным поперечным сечением; *б)* объём тела вращения?
13. Что такое квадрируемая поверхность вращения?
14. Что называется площадью поверхности вращения?
15. По каким формулам вычисляется площадь поверхности вращения: *а)* при параметрическом задании кривой; *б)* в декартовых координатах?
16. Как вычисляется масса и центр тяжести неоднородного стержня плотности $\rho(x)$?
17. Как вычисляется работа переменной силы?
18. По каким формулам вычисляется масса плоской кривой: *а)* заданной параметрически; *б)* в декартовых координатах?
19. По каким формулам вычисляются статические моменты и моменты инерции плоской кривой: *а)* заданной параметрически; *б)* в декартовых координатах?
20. По каким формулам вычисляются координаты центра тяжести кривой, заданной в декартовых координатах?

Контрольные работы

Контрольные работы 1-й семестр

№	Тема работы	неделя
1.	Контрольная работа по теме «Пределы последовательностей и функций»: 1. Вычислить предел последовательности. 2. Вычислить предел, используя метод разложения на множители. 3. Вычислить предел, используя метод умножения на сопряженное выражение. 4. Вычислить предел, используя первый замечательный предел. 5. Вычислить предел, используя второй замечательный предел. 6. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва функции. **Вариант 1.** 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+2n+5}-n\right)$	6

	2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3-2x^2+x-1}{x^3-x^2+3x-3}$. 3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$. 4. *а)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 4x}{x\cdot\sin 3x}$; *б)* $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{1+\cos 3x}{tg^2 6x}$. 5. *а)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^x$; *б)* $\lim\limits_{x\to 0}(cosx)^{\frac{3}{x^2}}$. 6. Классифицировать точки разрыва функции: $y=\dfrac{\lvert x-1\rvert}{x^2-x^3}$.	
2.	Контрольная работа по теме «Дифференцирование функции одной переменной» 1. Дифференцируемость функции в точке: 2. Производная сложной функции. 3. Логарифмическое дифференцирование. 4. Уравнение касательной прямой и нормали для неявно заданной функции. 5. Формула Лейбница. 6. Дифференцирование параметрически заданных функций. 7. Дифференциал 1-го и 2-го порядка. **Вариант 1.** 1. Доказать, что функция $f(x)=\lvert x\rvert$ не дифференцируема в точке $x_0=0$. 2. Найти производную функции $y=arctg\left(tg^2 x\right)$. 3. Найти производную функции $y=(\sin x)^{\cos x}$. 4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой, заданной неявно уравнением $x^3+y^2+2x-6=0$, в точке $M_0(-1,3)$. 5. $y=\left(x^2+x\right)\sin x$. Найти $y^{(10)}$. 6. Найти $y'(x), y''(x)$ для функции, заданной параметрически: $x=arctg\,t^4,\ y=\ln\left(1+t^8\right)$. 7. Вычислить дифференциал второго порядка функции $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$.	12
3.	Домашняя контрольная работа по теме «Исследование функций и построение графиков»: 1. Исследовать дробную функцию и построить её график. 2. Исследовать иррациональную функцию и построить её график. 3. Исследовать логарифмическую или экспоненциальную функцию и построить её график. **Вариант 1.** 1) $y=\dfrac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$. 2) $y=\sqrt[3]{x^2+2x}$. 3) $y=x\cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$.	13
4.	Контрольная работа по теме «Дифференцирование функций многих переменных» 1. Вычисление частных производных и дифференциалов высших порядков. 2. Дифференцирование сложной функции 3. Дифференцирование неявной функции. ***Вариант №1.*** 1. $z=\ln\left(x^2+y^2\right)$. *Найти* dz *и* $d^2 z$. 2. $z=\sqrt{\dfrac{x}{y}},\ x=3t^2-t,\ y=\ln t$. Найти $\dfrac{dz}{dt}$. 3. $\left(x^2+y^2\right)+\ln\left(x^2+y^2\right)=1$. *Найти y'(x), y''(x).*	17

Контрольные работы 2-й семестр

№	Тема работы	неделя
1.	Контрольная работа по теме «Экстремумы функций многих переменных». 1. Производная в заданном направлении и градиент. 2. Локальный экстремум. 3. Условный экстремум. ***Вариант 1.*** 1. Для функции $f=\ln(xyz)$ найти наибольшее значение производной по направлению в точке $M(1,-2,-3)$. 2. Найти точки локальных экстремумов функции $z=y+\frac{8}{x}+\frac{x}{y}$, $x>0, y>0$. 3. Найти условный экстремум функции $z=x^2+y^2$ при $3x+4y=12$ (методом неопределенных множителей Лагранжа).	4
2.	Контрольная работа по теме «Неопределённый интеграл»: 1. Подведение под знак дифференциала. 2. Интегрирование по частям. 3. Интегрирование рациональных дробей. 4. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. 5. Интегрирование иррациональных функций. **Вариант 1.** 1. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{x^4+1}}$ 2. $\int (x^2+2x+1)e^x dx$. 3. $\int \frac{x-4}{(x^2+4)(x+1)}dx$. 4. $\int \frac{dx}{2\cos^2 x+3\sin^2 x+1}$. 5. $\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(1+\sqrt[3]{x})}dx.$	10
3.	Контрольная работа по теме «Определенные и несобственные интегралы»: 1. Вычисление площадей плоских областей. 2. Вычисление длин дуг кривых. 3. Вычисление площадей поверхностей вращений и объёмов тел вращений. 4. Вычисление статических моментов, моментов инерции, центров масс. 5. Физические задачи на вычисление работы, кинетической энергии, давления. **Вариант 1.** 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x^2=(y+1)^3, y=4$. 2. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x=8\sin t+6\cos t, \\ y=6\sin t-8\cos t, \end{cases} 0\le t\le \frac{\pi}{2}.$ 3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* фигуры, ограниченной линиями $2y=x^2, 2x+2y-3=0$. 4. Найти статический момент окружности $r=2a\sin\varphi$ относительно полярной оси. 5. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать жидкость плотности γ из полусферического котла с радиусом основания R.	17

Контрольные работы 3-й семестр

<table>
<tr><th>№</th><th>Тема работы</th><th>неделя</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Контрольная работа по теме «Кратные интегралы»:
1. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле.
2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной системе координат.
3. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
4. Геометрические и механические приложения двойного интеграла.
5. Вычисление тройного интеграла.
6. Приложения тройного интеграла.
Вариант 1.
1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{1-y} f(x,y)\,dx$.
2. Вычислить значение двойного интеграла $\iint\limits_D \frac{x^2}{y^2}\,dxdy$, если область D ограничена линиями $x=2,\ y=x,\ xy=1.$
3. Перейдя к полярным координатам, вычислить значение двойного интеграла $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1}$, если область D ограничена линиями $y=\sqrt{1-x^2},\ y=0.$
4. Вычислить площадь области, ограниченной кривыми $y^2=8x+16,\ x+y=4$.
5. Найти объём тела, ограниченного поверхностями $x+y+z=2, x+y=1, x=0, y=0, z=0.$
6. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=4-z,\ z=0.$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Контрольная работа по теме «Числовые последовательности»:
1. Определение сходимости и суммы ряда.
2. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения.
3. Признак Даламбера.
4. Признак Коши.
5. Интегральный признак Коши-Маклорена.
6. Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда
Вариант 1.
1. Доказать, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ сходится и найти его сумму.
2. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{7n^2+8000n}$ на сходимость.
3. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{3^n\cdot n!}$ на сходимость.
4. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$ на сходимость.
5. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^3 n}$ на сходимость.
6. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}\frac{ln^2 n}{n}$ на абсолютную и условную сходимость.</td><td>10</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Контрольная работа по теме «Функциональные последовательности и ряды»:
7. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
8. Равномерная сходимость функционального ряда.
9. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
10. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряды.
11. Ряд Фурье.</td><td>17</td></tr>
</table>

	Вариант 1. 1. Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность на множестве: $f_n(x)=n\left(x^{1/n}-1\right),[1,a]$. 2. Доказать равномерную сходимость функционального ряда: $$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin nx}{\sqrt{n}}-\frac{\sin(n+1)x}{\sqrt{n+1}}\right),x\in R.$$ 3. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда, исследовать сходимость в граничных точках. Указать область равномерной сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x-1}{2}\right)^n$. 4. Разложить функцию $f(x)=\ln\frac{a+x}{a-x}$ в ряд по степеням *x*. Найти радиус сходимости полученного ряда. Разложить функцию $f(x)=\pi^2-x^2$ в интервале $(-\pi,\pi)$ в ряд Фурье.	

Список экзаменационных вопросов по курсу «Математический анализ»

1 семестр, 1 курс

Раздел 1. Пределы последовательностей и функций. Непрерывные функции.

1. Основные числовые множества, примеры. Вещественные числа.
2. Числовые последовательности: понятие числовой последовательности, операции над последовательностями. Ограниченные и неограниченные последовательности, бесконечно большие последовательности; примеры.
3. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Доказательство основных свойств.
4. Сходящиеся последовательности: определение предела последовательности, основные свойства сходящихся последовательностей. Доказательство основных свойств.
5. Свойства сходящихся последовательностей: теоремы о предельных переходах в неравенствах. Доказательство теоремы 1.
6. Монотонные последовательности, теорема (признак Вейерштрасса) о сходимости монотонных ограниченных последовательностей (без доказательства). Предел последовательности $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, число **е**.
7. Бином Ньютона.
8. Предел функции в точке: определения предела функции по Гейне и по Коши, эквивалентность двух определений, примеры.
9. Односторонние пределы, бесконечные пределы в конечных точках, понятие бесконечно большой функции, предельное значение функции при $x\to\infty$. Примеры.
10. Свойства функций, имеющих предел: арифметические операции, предельный переход в неравенствах. Доказательство теоремы об арифметических операциях над функциями, имеющими предел.
11. Свойства функций, имеющих предел: арифметические операции, предельный переход в неравенствах. Доказательство теоремы о предельном переходе в неравенствах.
12. «Замечательные» пределы. Доказательство первого замечательного предела.
13. «Замечательные» пределы. Доказательство второго замечательного предела.
14. Бесконечно малые функции, сравнение бесконечно малых, теорема об эквивалентных бесконечно малых (с доказательством).
15. Бесконечно большие функции и их сравнение.
16. Два определения непрерывности функции в точке, односторонняя непрерывность функций в точке, примеры.
17. Арифметические операции над функциями, непрерывными в точке; непрерывность сложной функции. Доказательство теоремы об арифметических операциях над непрерывными функциями.
18. Точки разрыва, их классификация, примеры.

19. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение, теорема о прохождении непрерывной функции через нуль при смене знаков.
20. Ограниченность функции, непрерывной на отрезке, первая теорема Вейерштрасса. Точные грани функции и их достижение функцией, непрерывной на отрезке; вторая теорема Вейерштрасса.
21. Монотонные функции, определение обратной функции, теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
22. Обратные тригонометрические функции: $y=\arcsin x, y=\arccos x$. Область определения, множество значений, график, основные свойства.
23. Обратные тригонометрические функции: $y=arctg\, x, y=arcctg\, x$. Область определения, множество значений, график, основные свойства.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Задачи, приводящие к понятию производной: определение мгновенной скорости точки; угловой коэффициент касательной. Определение производной и ее геометрический смысл.
2. Определение дифференцируемой функции, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Доказательство соответствующих теорем.
3. Правила дифференцирования; дифференцирование сложной и обратной функции. Вывод формул дифференцирования суммы и произведения.
4. Правила дифференцирования; дифференцирование сложной и обратной функции. Доказательство теоремы о дифференцировании сложной функции.
5. Правила дифференцирования; дифференцирование сложной и обратной функции. Доказательство теоремы о дифференцировании обратной функции.
6. Таблица производных основных элементарных функций. Вывод формул для производных степенной функции, тригонометрических функций.
7. Таблица производных основных элементарных функций. Вывод формул для производных обратных тригонометрических функций.
8. Таблица производных основных элементарных функций. Вывод формул для производных логарифмической и показательной функций.
9. Производные высших порядков. Производные n-го порядка некоторых элементарных функций: степенной, показательной, $y=sin\, x$.
10. Основные теоремы для дифференцируемых функций: теоремы Ферма и Ролля, их геометрический смысл. Доказательство теоремы Ферма.
11. Основные теоремы для дифференцируемых функций: теоремы Лагранжа и Коши. Доказательство теоремы Лагранжа.
12. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей (с доказательством).
13. Определение монотонных функций, необходимое и достаточное условие неубывания (невозрастания) функции (с доказательством).
14. Определение точек экстремума функции, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.
15. Определение направления выпуклости графика функции, необходимое условие выпуклости вниз (вверх) (с доказательством). Достаточное условие выпуклости вниз (вверх).
16. Определение точки перегиба графика функции, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба (с доказательством).
17. Асимптоты графика функции: вертикальные и наклонные асимптоты, методы их нахождения. Доказательство теоремы о необходимом и достаточном условии существования наклонных асимптот.
18. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциалов суммы, разности, произведения и частного.
19. Свойство инвариантности формы первого дифференциала (с доказательством).
20. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов высших порядков (на примере дифференциала второго порядка).
21. Формула Тейлора n-го порядка с остаточным членом в форме Пеано.

22. Формула Маклорена n-го порядка с остаточным членом в форме Пеано.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

1. Точки m-мерного евклидова пространства. Понятие функции многих переменных: область задания, частное значение, множество значений. Функции двух и трех переменных, линии и поверхности уровня. Примеры.
2. Сходящиеся последовательности точек m-мерного евклидова пространства. Предельное значение функции многих переменных. Примеры.
3. Определение непрерывности функции многих переменных в точке. Полное приращение функции многих переменных. Разностная форма условия непрерывности.
4. Частные приращения и частные производные функции многих переменных. Примеры.
5. Частные производные высших порядков функции многих переменных. Независимость значения смешанной производной от порядка, в котором производятся последовательные дифференцирования.
6. Дифференцируемость функции многих переменных. Необходимое условие дифференцируемости.
7. Дифференцируемость функции многих переменных. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.
8. Дифференцируемость функции многих переменных. Понятие дифференциала функции многих переменных.
9. Дифференциалы высших порядков функций многих переменных.
10. Сложная функция двух переменных. Непрерывность сложной функции. Дифференцирование сложной функции.
11. Инвариантность формы первого дифференциала (на примере функции двух переменных).
12. Дифференцирование неявно заданной функции многих переменных.

2 семестр, 1 курс

Раздел 4. Экстремумы функций многих переменных

1. Производная по направлению вектора $\vec{l}$ функции трех переменных.
2. Градиент функции трех переменных. Связь градиента и производной по направлению.
3. Локальные экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия локального экстремума.
4. Локальные экстремумы функций многих переменных. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.
5. Условный экстремум функции двух переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа для отыскания условного экстремума.
6. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области. Пример.

Раздел 5. Неопределенный интеграл

1. Понятие первообразной функции. Теорема о первообразных (с доказательством).
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.
4. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Вывод формулы интегрирования по частям.
5. Формула интегрирования по частям. Группы интегралов, вычисляемых посредством интегрирования по частям. Примеры.
6. Рациональные дроби и их разложение на сумму простейших дробей.
7. Интегрирование простейших дробей I, II и III типов. Примеры.
8. Интегрирование рациональных выражений от тригонометрических функции. Универсальная подстановка. Частные подстановки.
9. Интегрирование квадратичных иррациональностей: тригонометрические подстановки. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.

Раздел 6. Определенные и несобственные интегралы

1. Интегральная сумма, определенный интеграл и его геометрический смысл. Теорема об ограниченности интегрируемой функции.
2. Основные свойства определенного интеграла.

3. Оценки определенных интегралов.
4. Теорема о среднем, формула среднего значения (с доказательством). Обобщенная теорема о среднем.
5. Интеграл с переменным верхним пределом, теорема о существовании первообразной, формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменной в определенном интеграле, примеры.
7. Интегрирование по частям в определенном интеграле, примеры.
8. Несобственные интегралы на бесконечном промежутке, понятие сходимости. Сходимость интеграла $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$.
9. Признаки сходимости несобственных интегралов на бесконечном промежутке от неотрицательных функций: признак сравнения, предельный признак сравнения.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций, понятие сходимости. Сходимость интеграла $\int_a^b \frac{dx}{\left(x-a\right)^\alpha}$.
11. Признаки сходимости несобственных интегралов от неограниченных неотрицательных функций: признак сравнения, предельный признак сравнения. Примеры исследования сходимости.
12. Понятия абсолютной и условной сходимости несобственных интегралов.
13. Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольной декартовой системе координат. Формула площади криволинейной трапеции при параметрическом задании кривой.
14. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
15. Длина дуги плоской кривой в декартовых координатах. Формула длины дуги при параметрическом задании кривой.
16. Дифференциал дуги плоской кривой.
17. Длина дуги плоской кривой в полярных координатах.
18. Площадь поверхности тела вращения.
19. Вычисление объема тела по заданным поперечным сечениям. Объем тела вращения.

3-й семестр, 2 курс

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

1. Определение двойного интеграла для прямоугольника. Условия существования двойного интеграла. Определение двойного интеграла для произвольной области.
2. Понятие квадрируемости области. Определение двойного интеграла для квадрируемой области.
3. Основные свойства двойного интеграла.
4. Сведение двойного интеграла к повторному однократному для прямоугольника.
5. Сведение двойного интеграла к повторному однократному для произвольной области.
6. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Примеры.
7. Геометрические приложения двойного интеграла. Примеры.
8. Механические приложения двойного интеграла. Примеры.
9. Определение тройного интеграла для прямоугольного параллелепипеда. Определение тройного интеграла для произвольной области.
10. Понятие кубируемости тела. Определение тройного интеграла для кубируемого тела.
11. Сведение тройного интеграла к повторному. Примеры.
12. Замена переменных в тройном интеграле. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам. Примеры.
13. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. Примеры.
14. Определения криволинейных интегралов и их физический смысл.
15. Существование криволинейных интегралов и сведение их к определённым интегралам.

16. Свойства криволинейных интегралов. Примеры.

Раздел 8. Числовые ряды.

1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии.
2. Критерий Коши сходимости ряда, следствия из него. Свойства, связанные со сходимостью ряда.
3. Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие их сходимости. Признаки сравнения.
4. Признак Даламбера. Примеры.
5. Признак Коши. Примеры.
6. Интегральный признак Коши-Маклорена. Обобщённый гармонический ряд (ряд Дирихле).
7. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. О перестановке членов условно сходящегося ряда. Теорема Римана (без доказательства). О перестановке членов абсолютно сходящегося ряда (теорема Коши).
8. Арифметические операции над сходящимися рядами.
9. Признак Лейбница. Признак Дирихле-Абеля (без доказательства). Примеры.

Раздел 9. Функциональные последовательности и ряды.

1. Функциональные последовательности и ряды. Сходимость в точке и на множестве. Примеры.
2. Равномерная сходимость на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда.
3. Достаточные признаки равномерной сходимости. Признак Дирихле-Абеля (без доказательства). Признак Вейерштрасса. Признак Дини (без доказательства). Примеры.
4. Свойства равномерно сходящихся рядов. Почленный переход к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
5. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара. Радиус сходимости степенного ряда и способы его определения.
6. Свойства степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда.
7. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Условия разложения функции в ряд Тейлора.
8. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора.
9. Пространство кусочно-непрерывных функций. Ортонормированные системы. Примеры.
10. Ряд Фурье по ортонормированной системе. Теорема об отклонении по норме, следствия из неё. Неравенство Бесселя.
11. Тригонометрический ряд Фурье на $[-\pi,\pi]$. Примеры.
12. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.
13. Замкнутость тригонометрической системы. Следствия.
14. Простейшие условия абсолютной и равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
15. Ряд Фурье для периодической с периодом $2l$ функции на $[-l,l]$. Примеры.

Задачи к экзамену по «Математическому анализу» I курс (1 семестр):

Предел последовательности

1. Исходя из определения, доказать, что последовательность $x_n=\frac{n}{n+1}$ $(n=1,2,\ldots)$ сходится.
2. Доказать, что последовательность $\left\{(-1)^n+\frac{1}{n}\right\}$ расходится.
3. Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$.
4. Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\ldots+\frac{n-1}{n^2}\right)$.

5. Доказать равенство: $\lim_{n\to\infty}\frac{n}{2^n}=0$.

Предел функции

1. Вычислить $\lim_{x\to-1}\frac{3x^2+x-2}{3x^2+4x+1}$.
2. Вычислить $\lim_{x\to1}\frac{x^4-3x+2}{x^5-4x+3}$.
3. Вычислить $\lim_{x\to4}\frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$.
4. Вычислить $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^4+2x^2-1}-\sqrt{x^4-2x^2-1}\right)$.
5. Вычислить $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+4x}-\sqrt[3]{x^3-3x^2+4}\right)$.

Замечательные пределы

1. $\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}$.
2. $\lim_{x\to a}\frac{ctg\,x-ctg\,a}{x-a}$.
3. $\lim_{x\to0}\frac{\ln\cos ax}{\ln\cos bx}$.
4. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2}$.
5. $\lim_{x\to0}(\cos x)^{1/x^2}$.

Непрерывность функции

1. Исследовать на непрерывность и построить графики функций:
   а) $y=sgn\,x$; *б)* $y=x\cdot sgn\,x$; *в)* $y=sgn(\sin x)$.
2. Доказать, что функция Дирихле
$$\chi(x)=\begin{cases}0\,, \text{если}\, x-\text{иррациональное число}\,,\\ 1\,, \text{если}\, x-\text{рациональное число}\,,\end{cases}$$
   разрывна для каждого значения *x*.
3. Доопределить функцию $f(x)=\frac{(1+x)^n-1}{x}$, задав $f(0)$ так, чтобы получившаяся функция была непрерывна при $x=0$.
4. Доопределить функцию $f(x)=\frac{1-\cos x}{x^2}$, задав $f(0)$ так, чтобы получившаяся функция была непрерывна при $x=0$.
5. Исследовать на непрерывность функцию $f(x)=(1+x)\cdot arctg\,\frac{1}{1-x^2}$.

Дифференцирование функций

1. Доказать, что функция $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos x}{x}\ \text{при}\, x\neq0\,,\\ 0\ \text{при}\ x=0\end{cases}$
   дифференцируема на всей числовой прямой.
2. Доказать, что функция $f(x)=x|x|$ дифференцируема в точке $x_0=0$.
3. Найти производную функции $y=\ln\frac{a+btgx}{a-btgx}$.
4. Найти производную функции $y=arcctg\,\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$.

5. Написать уравнение касательной в точке $M_0(2,0)$ к кривой, заданной неявно уравнением
$$x^3y^3-x+y+2=0.$$

Правило Лопиталя

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,x-x}{x^3}$.
2. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\,x-x}{\sin x-x}$.
3. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\sin x\cdot\ln ctg\,x$.
4. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctgx-\dfrac{1}{x}\right)$.
5. Найти $\lim\limits_{x\to +0}x^x$.

Формула Тейлора

1. Функцию $f(x)=\sqrt{x}$ разложить по формуле Тейлора с центром в точке $a=1$ до члена с $(x-1)^3$.
2. Написать три первых члена формулы Маклорена для функции $f(x)=arctg\,x$.
3. Написать три первых члена формулы Маклорена для функции $f(x)=arcsinx$.
4. Разложить функцию $tg\,x$ по формуле Маклорена до $\bar{o}(x^4)$.
5. Разложить функцию $\ln\cos x$ по формуле Маклорена до члена с x^4 включительно.

Исследование функций и построение графиков

1. Найти промежутки возрастания, убывания и точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$.
2. Доказать неравенство $e^x\geq 1+x$.
3. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+12}$.
4. Найти асимптоты кривой $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$.
5. Построить график функции $y=\dfrac{1}{4}x^2(x^2-3)^2$.

Частные производные и дифференцируемость функции

1. Показать, что для функции $f(x,y)=\dfrac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$ существуют и равны между собой повторные пределы
$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0}f(x,y)\right)=\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0}f(x,y)\right)=0,$$
тем не менее, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}f(x,y)$ не существует.
2. Исследуйте, имеет ли функция $u(x,y)$ частные производные в точке $O(0,0)$ и дифференцируема ли она в этой точке, если $u(x,y)=\sqrt[3]{xy}$.
3. Показать, что функция $z=y\cdot\ln(x^2-y^2)$ удовлетворяет уравнению
$$\frac{1}{x}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z}{y^2}.$$
4. Показать, что функция
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0,\\ 0, x^2+y^2=0,\end{cases}$$
имеет частные производные $f'_x(x,y)u f'_y(x,y)$ в точке $O(0,0)$, хотя и разрывна в этой точке.
5. Найти частные производные 2-го порядка функции $z=arctg\dfrac{y}{x}$.

Дифференцируемость сложных и неявных функций

1. Найти частные производные второго порядка от сложной функции $u=f\left(x,\frac{x}{y}\right)$.
2. Найти дифференциал функции $z=z(x,y)$, если $z=u^2v-v^2u$, где
$$u=x\sin y,\, v=y\cos x.$$
3. Найти $\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$, если
$$1+xy-\ln\left(e^{xy}+e^{-xy}\right)=0.$$
4. Докажите, что неявная функция $z=f(x,y)$, заданная уравнением
$$F\left(x+\frac{z}{y},y+\frac{z}{x}\right)=0,$$
где $F(u,v)$ – произвольная дифференцируемая функция, удовлетворяет уравнению
$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z-xy.$$
5. Найти производные $y'(0),z'(0),y''(0),z''(0)$ неявных функций $y=y(x),z=z(x)$, удовлетворяющих условиям $y(0)=-1,z(0)=1$ и заданных системой уравнений:
$$\begin{cases} x+y+z=0,\\ x^2+y^2+z^2=2.\end{cases}$$

Задачи к экзамену по «Математическому анализу» I курс (2 семестр):

Производная в заданном направлении и градиент

1. Найти производную функции $f=xz\sin(x+y)$ по направлению вектора $l=(-1,2,2)$ и градиент этой функции в точке $M(\pi/4,\pi/4,1)$.
2. Найти производную функции $f=xy^2z^3$ в точке $M_0(3,2,1)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если точка M имеет координаты $(7,5,1)$, и градиент этой функции в точке M_0.
3. Найти наибольшее значение производной по направлению функции
$f=\operatorname{tg}x-x+3\sin y+2z+\operatorname{ctg}z$ в точке $M(\pi/4,\pi/3,\pi/2)$.

Экстремумы функции нескольких переменных

1. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки (1, 1) до членов 2-го порядка включительно функцию $f(x,y)=x^y$.
2. Найдите точки локального экстремума функции $u=x^3-2y^3-3x+6y$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$.
4. Найти точки условного экстремума функции $z=xy$, если $x^2+y^2=1$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^3+y^3-3xy$ в области $0\le x\le 2,-1\le y\le 2$.

Неопределённый интеграл

1. $\int\frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$.
2. $\int\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.
3. Применяя гиперболическую подстановку $x=a\,sht$, найти $\int\sqrt{a^2+x^2}\,dx$.
4. Методом интегрирования по частям, найти $\int x^2\cdot\sin 2x\,dx$.
5. Методом интегрирования по частям, найти $\int e^{ax}\cdot\cos bx\,dx$.

Интегрирование рациональных функций

1. $\int\frac{x\,dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$.
2. $\int\frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6}dx$.

3. $\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)}\,dx.$
4. $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}.$

Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций

1. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x\,dx.$
2. $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x}.$
3. $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}.$
4. $\int ch^4 x\,dx.$
5. $\int sh^2 x\, ch^2 x\,dx.$

Интегрирование иррациональных функций

1. $\int \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{dx}{x+1}.$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}.$
3. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{5+x-x^2}}.$
4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}.$
5. $\int \sqrt{2+x-x^2}\,dx.$

Несобственные интегралы с бесконечными пределами

1. Исследовать $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, $p \in R$, на сходимость.
2. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+8}.$
3. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_e^{+\infty} \frac{dx}{x\ln^2 x}.$
4. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_0^{+\infty} e^{-ax}\sin bx\,dx\,(a>0).$
5. Исследовать несобственный интеграл на сходимость: $\int\limits_1^{\infty} \frac{x+\sqrt{x^3+1}}{\sqrt{x^5}+\sqrt{x}+1}\,dx.$

Несобственные интегралы от неограниченных функций

1. Исследовать $\int\limits_a^b \frac{dx}{(b-x)^p}$, $p \in R$, на сходимость.
2. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$
3. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}.$
4. Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость): $\int\limits_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}.$
5. Исследовать несобственный интеграл на сходимость: $\int\limits_0^1 \frac{dx}{tg\,x - x}.$

Вычисление площадей плоских фигур

1. Найти площадь фигуры, ограниченной окружностями $x^2+y^2=a^2$, $x^2+y^2-2ay=a^2$ и прямой $y=a$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ox и одной аркой циклоиды $\begin{cases} x=a(t-sint), \\ y=a(1-cost). \end{cases}$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой:
$$x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t\cdot$$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r=a\cos 3\varphi$.
5. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли:
$$r^2=a^2\cos 2\varphi\cdot$$

Длина дуги кривой

1. Найти длину дуги полукубической параболы $y^2=\frac{5}{p}(x-p)^3$, отсекаемой прямой $x=2p(p>0)$.
2. Найти длину цепной линии $y=a\,ch\frac{x}{a}, 0\le x\le a$.
3. Найти длину дуги одной арки циклоиды ¿
4. Найти длину дуги астроиды $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t$.
5. Найти длину дуги кардиоиды $r=a(1+cos\varphi)$.

Площадь поверхности вращения

1. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox кривой $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b)$.
2. Найти площадь поверхности катеноида, образованного вращением вокруг оси OX дуги цепной линии $y=\frac{1}{2}ch2x, 0\le x\le 3$.
3. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX первой арки циклоиды $x=a(t-\sin t),\ y=a$¿.
4. Найти площадь поверхности, образованной вращением дуги эвольвенты окружности ¿ вокруг оси Ox.
5. Найти площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды $r=a$¿ вокруг полярной оси.

Объём тела

1. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox астроиды $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$.
2. Найти объём тела, образованного вращением круга $x^2+(y-b)^2\le a^2$ $(b\ge a)$ вокруг оси OX.
3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox первой арки циклоиды
$\begin{cases} x=a(t-sint), \\ y=a(1-cost). \end{cases}$
4. Найти объём тела, образованного при вращении вокруг оси OX астроиды
$x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t\,(0\le t\le 2\pi$¿¿)¿¿.
5. Найти объем тела, образованного вращением кривой $r=a\sin 2\varphi$ вокруг полярной оси.

Моменты и центры масс плоских кривых

6. Найти статические моменты относительно осей Ox и Oy кривой
$$x^2+y^2=a^2,\ y\ge 0\cdot$$
7. Найти статические моменты относительно осей Ox и Oy кривой
$$\begin{cases} x=a(t-sint), \\ y=a(1-cost), \end{cases} 0\le t\le 2\pi.$$
8. Найти координаты центра масс кривой
$$x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3},\ x\ge 0,\ y\ge 0\cdot$$
9. Найти координаты центра масс кривой $r=a$¿.
10. Найти моменты инерции относительно осей Ox и Oy дуги астроиды $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t$, лежащей в первой четверти.

Физические задачи

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать жидкость плотности γ из полусферического котла с радиусом основания R.
2. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать жидкость плотности γ из конического сосуда, обращенного вершиной вниз, радиус основания которого равен R и высота H.
3. Какую работу необходимо затратить для того, чтобы тело массы m поднять с поверхности Земли, радиус которой R, на высоту H? Чему равна работа, если тело удаляется в бесконечность?
4. Найти силу давления жидкости плотности γ на вертикальный эллипс с осями $2a$ и $2b$, центр которого погружен в жидкость на уровень h, причем большая ось $2a$ эллипса параллельна уровню жидкости $(h \geq b)$.
5. Найти кинетическую энергию пластинки, имеющей форму параболического сегмента и вращающейся вокруг оси параболы с угловой скоростью ω. Основание сегмента a, высота h, толщина пластинки d, плотность γ.

Задачи к экзамену по «Математическому анализу» II курс (3 семестр):

Двойной интеграл

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле
$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y)\, dx.$$
2. Вычислить значение двойного интеграла $\iint_D (x+y^2)\, dx\, dy$, если область D ограничена кривыми $y=x,\ y=x^2$.
3. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\, dx\, dy$, если область D – часть круга $x^2+y^2=a^2$, лежащая в первой четверти.
4. Найти площадь области, ограниченной кривыми $r=a(1+\cos\varphi),\ r=a\cos\varphi$.
5. Найти площадь части плоскости $x+y+z=a$, вырезаемой цилиндром $y^2=ax$ и плоскостью $x=a$.

Тройные интегралы

1. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V xyz\, dx\, dy\, dz$, если область V ограничена поверхностями $y=x^2,\ x=y^2,\ z=xy,\ z=0$.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x^2+y^2)\, dx\, dy\, dz$, если область V ограничена поверхностями $z=y^2-x^2,\ z=0,\ y=1$.
3. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить интеграл $\iiint_V z\, dx\, dy\, dz$, где V – область, ограниченная поверхностями $x^2+y^2=z^2,\ z=a$.
4. Переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл $\iiint_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dx\, dy\, dz$, где V – область, ограниченная поверхностью $x^2+y^2+z^2=x$.
5. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
$$z=x^2+y^2,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$$
6. Найти объём тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=z,\ z=0$.
7. Найти объём тела, ограниченного сферой $x^2+y^2+z^2=2Rz$, конусом $x^2+y^2=z^2$ и содержащего точку $(0, 0, R)$.
8. Найти массу тела, ограниченного поверхностями
$$x^2+y^2=2-z,\ z=\sqrt{x^2+y^2},$$
если плотность в любой точке численно равна абсциссе этой точки.
9. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями

$$x^2+y^2+z^2=R^2,\, z=0\,(z\geq 0).$$

10. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями
$$z=\frac{H}{R}\sqrt{x^2+y^2},\, x^2+y^2=R^2,\, z=0.$$

11. Найти момент инерции относительно оси Oz однородного тела, ограниченного поверхностью
$$x^2+y^2+z^2=R^2.$$

Криволинейные интегралы

1. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int\limits_L y^2\,dl$, где L – арка циклоиды $x=a(t-\sin t),\, y=a(1-\cos t),\, 0\leq t\leq 2\pi$.
2. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int\limits_L (x^2+y^2)\,dl$, где L – дуга логарифмической спирали $r=ae^{3\varphi}$ от точки $A(a,0)$ до точки $O(0,0)$.
3. Найти массу кривой L, заданной уравнением $y=\ln x,\, 1\leq x\leq e$, если линейная плотность её в каждой точке пропорциональна квадрату абсциссы, т.е. $\rho(x,y)=kx^2$.
4. Найти массу всей астроиды $x=a\cos^3 t,\, y=a\sin^3 t$, если плотность в каждой точке P выражается формулой $\rho(P)=k|xy|$, где $k>0$ – коэффициент пропорциональности.
5. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int\limits_L (\vec{a}, d\vec{r})$, если $\vec{a}=y^2\vec{i}+x^2\vec{j}$, L – верхняя половина эллипса $x=a\cos t,\, y=b\sin t$, пробегаемая по ходу часовой стрелки.
6. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int\limits_L (2a-y)\,dx+x\,dy$, где L – дуга первой арки циклоиды $x=a(t-\sin t),\, y=a(1-\cos t)$, пробегаемая в направлении возрастания параметра.
7. Вычислите работу силового поля $\vec{a}=-y\vec{i}+x\vec{j}+z\vec{k}$ при перемещении материальной точки вдоль кривой $x=a\cos t,\, y=a\sin t,\, z=bt\,(0\leq t\leq 2\pi)$.
8. Вычислить работу силового поля $\vec{F}=(x-y)\cdot\vec{i}+(2x+y)\cdot\vec{j}$ вдоль замкнутого контура L в положительном направлении, если L – треугольник с вершинами $A(1,1), B(3,3), C(3,-1)$.

Числовые ряды

5. Доказать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, используя критерий Коши.
6. Доказать расходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, используя критерий Коши.
7. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{(n+1)\sqrt{n}}$ на сходимость.
8. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ на сходимость.
9. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^{\beta} n}\,(\beta>0)$ на сходимость.

Сходимость знакопеременных рядов

1. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n}$, где x – некоторое фиксированное число, на сходимость.
2. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$ на абсолютную и условную сходимость.
3. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{6n-5}$ на абсолютную и условную сходимость.
4. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n\ln n\sqrt{\ln n}}$ на абсолютную и условную сходимость.

5. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n+2}}$ на абсолютную и условную сходимость.

Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов

1. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3}\ln\left(1+\frac{x}{n}\right)\right)^{n}$.
2. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2}\right)^{n}\left(e^{x/n}-1\right)^{n}$.
3. Исследовать на равномерную сходимость функциональную последовательность на множестве: $f_n(x)=x^n-x^{n+2},[0,1]$.
4. Доказать равномерную сходимость функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{4+n^3x^2}, x\geq 0$.
5. Используя признак Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2nx}{1+n^{\alpha}x^2}, \alpha>4$, на множестве R.

Степенные ряды

1. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^n}{2^{n-1}\cdot n^n}(x+1)^n$.
2. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n-1}\cdot x^n$.
3. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда, исследовать сходимость в граничных точках. Указать область равномерной сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n3^n\ln n}$.
4. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда, исследовать сходимость в граничных точках. Указать область равномерной сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2x^n}{(2n)!}$.
5. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда, исследовать сходимость в граничных точках. Указать область равномерной сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^{n}(x+2)^n$.

Разложение функций в ряд Тейлора

1. Разложить функцию $f(x)=\ln\frac{a+x}{a-x}$ в ряд по степеням *x*. Найти радиус сходимости полученного ряда.
2. Разложить функцию $f(x)=\frac{5x-4}{x+2}$ в ряд по степеням *x*. Найти радиус сходимости полученного ряда.
3. Разложить функцию $f(x)=\frac{x}{(1-x)(1-x^2)}$в ряд по степеням *x*. Найти радиус сходимости полученного ряда.
4. Разложить функцию $f(x)=\sin^2 x$в ряд по степеням *x*. Найти радиус сходимости полученного ряда.
5. Разложить функцию $f(x)=arctg\,x$ в ряд по степеням *x*, используя ряд Маклорена для её производной. Найти радиус сходимости полученного ряда.

Ряд Фурье

1. Разложить функцию $f(x)=\begin{cases}ax, -\pi<x<0,\\ bx, 0\leq x<\pi\end{cases}$ в ряд Фурье.
2. Разложить функцию $f(x)=\pi^2-x^2$ в интервале $(-\pi,\pi)$ в ряд Фурье.

3. Разложить функцию $f(x)=x^2$ в интервале $(0,\pi)$ в ряд Фурье: *а*) по синусам; *б*) по косинусам.
4. Разложить функцию $f(x)=|x|$ на интервале $(-1,1)$ в ряд Фурье.
5. Разложить функцию $f(x)=\begin{cases} 2x-1, -3<x\leq 0, \\ 2-3x, 0<x<3 \end{cases}$ в ряд Фурье.